



УДК 621.37.621.391

DOI: 10.31799/2077-5687-2021-2-9-14

ИССЛЕДОВАНИЕ АДАПТИВНОГО ФИНИТНО-ВРЕМЕННОГО МЕТОДА ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ И ЕГО СРАВНЕНИЕ С АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ КАЛМАНА

И. В. Светлов, Ю. П. Иванов

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Изложен метод оптимальной фильтрации, обладающий универсальностью, высокой устойчивостью и простотой алгоритма. Приведено сравнение рассматриваемого метода с фильтрацией Калмана. Рассматриваются случаи априорной неопределенности при неизвестных корреляционных функциях помехи и полезного сигнала.

Ключевые слова: финитно-временная фильтрация, фильтрация Калмана, априорная неопределенность.

Для цитирования:

Светлов И. В., Иванов Ю. П. Исследование адаптивного финитно-временного метода фильтрации сигналов и его сравнение с адаптивной фильтрацией Калмана // Системный анализ и логистика: журнал.: выпуск №2(28), ISSN 2077-5687. – СПб.: ГУАП., 2021 – с. 9-14. РИНЦ. DOI: 10.31799/2077-5687-2021-2-9-14.

RESEARCH OF THE ADAPTIVE FINITE-TIME SIGNAL FILTERING METHOD AND COMPARISON WITH THE ADAPTIVE KALMAN FILTERING

I. V. Svetlov, Yu. P. Ivanov

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

The method of optimal characteristics, high stability and simplicity of the algorithm is presented. The method under consideration is compared with Kalman filtering. Cases of a priori uncertainty with unknown correlation functions of the noise and the useful signal are considered.

Key words: finite-time filtering, Kalman filtering, a priori uncertainty.

For citation:

Svetlov I. V., Ivanov Yu. P. Research of the adaptive finite-time signal filtering method and comparison with the adaptive Kalman filtering // System analysis and logistics.: №2(28), ISSN 2077-5687. – Russia, Saint-Petersburg.: SUAI., 2021 – p. 9-14. DOI: 10.31799/2077-5687-2021-2-9-14.

В настоящее время используются различные методы обработки и фильтрации сигналов, но наиболее широкое распространение получил метод фильтрации Калмана. Благодаря ряду достоинств данный метод может обеспечить необходимую точность оценки [1]:

- критерием оптимальности является среднеквадратическая ошибка оценки;
- оптимален во время переходного процесса;
- оценка сигналов осуществляется по рекуррентным формулам;
- использование всех измерений с момента начала работы для формирования текущих оценок.

Но наряду с достоинствами фильтрация Калмана имеет ряд недостатков [1]:

- заметная чувствительность к отклонениям характеристик наблюдаемых сигналов от заданных значений при определении параметров фильтра Калмана;
- достаточно большой объем исходной информации;
- модель оцениваемого сигнала должна иметь свойство марковости;
- необходимость вычисления нелинейного уравнения Риккати для работы алгоритма;
- необходимость представления сигнала в пространстве состояний;

Поэтому в данной работе представлен альтернативный метод фильтрации: финитно-временной метод оценки сигнала на примере сигналов скорости летательного аппарата [2].

В работе рассматривается линейная модель измерения сигналов скорости полета, описываемая уравнением:



$$Y_i = X_i + H_i, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где Y_i – наблюдаемый случайный сигнал, X_i – случайная скалярная последовательность, определяющая полезный сигнал в момент времени i , H_i – помеха измерения в момент времени i , N – объем выборки.

Погрешность измерения не коррелирована с полезным сигналом. Модель измерения является линейной с аддитивной погрешностью. Модели сигналов и помех – случайные, эргодические, дискретные, с нормальными законами распределения погрешности, результатов измерения.

Критерием оптимальности для финитно-временного метода оценивания является минимум следа корреляционной матрицы ошибок оценок [3]:

$$D_{E_i} = \text{Tr} \left[M \left[E_i \times E_i^T \right] \right]$$

где E_i – центрированная ошибка оценки.

Заменим модель измерения на следующее соотношение:

$$Z_i = X1_i + H1_i, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где векторы наблюдаемого, полезного сигналов и помехи при финитно-временном алгоритме определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} Z_i^T &= [Z_i, Z_{i-1}, \dots, Z_{i-r+1}], \\ X1_i^T &= [X1_i, X1_{i-1}, \dots, X1_{i-r+1}], \\ H1_i^T &= [H1_i, H1_{i-1}, \dots, H1_{i-r+1}]. \end{aligned}$$

В дальнейшем при исследовании финитно-временной фильтрации достаточно использовать только первую компоненту матрицы $\hat{X}1_i^*$.

Финитно-временной алгоритм оценивания сигналов основан на следствии теоремы ортогонального проецирования, по которому определяется оптимальная матрица преобразования размерностью $r1 \times r1$, где $r1$ – количество результатов измерения, учитываемое в процессе оценки [3]:

$$A_i^* = K_{X1, Z_i} \cdot K_{Z_i}^{-1}.$$

Оптимальная оценка для финитно-временного алгоритма размерностью $r1$ определяется следующей формулой [3]:

$$\hat{X}1_i^* = A_i^* \cdot Z_i$$

Корреляционная матрица оптимальных оценок сигнала размерностью $r1$ на $r1$ определяется следующим соотношением:

$$K_{\hat{X}1_i} = A_i^* \cdot K_{Z_i} \cdot A_i^{*T}$$



В работе рассматривается два вида априорной неопределенности: когда неизвестна матрица полезного сигнала K_{X1_i} и когда неизвестна матрица помехи K_{H1_i} .

При этом формулы, определяющие корреляционные матрицы можно представить в следующем виде:

$$K_{X1_i} = \hat{K}_{Z_i} - K_{H1_i}$$

при неизвестной корреляционной функции полезного сигнала и на:

$$K_{H1_i} = \hat{K}_{Z_i} - K_{X1_i}$$

при неизвестной корреляционной функции помехи.

При анализе рассматриваемых алгоритмов основным параметром для сравнения является матрица дисперсий ошибки оценки, определяемая формулой:

$$\hat{K}_{Z_i} = \hat{K}_{Z_{(i-1)}} + \frac{1}{(i-1)} \cdot [(Z_i - M[Z_i])(Z_i - M[Z_i])^T - \hat{K}_{Z_{(i-1)}}].$$

В общем случае для использования финитно-временного алгоритма не обязательно условие стационарности и марковости сигналов.

В данной работе рассматривается стационарный случай, где модель полезного сигнала и модель погрешности – случайные стационарные эргодический процессы. Рассматриваются два адаптивных финитно-временных алгоритмов фильтрации при условии, что модели полезного сигнала являются стационарными гауссовскими марковскими 1-го и 2-го порядка процесса, погрешности в виде дискретного белого шума. Хотя для работы финитно-временного метода фильтрации условие марковости не обязательно, марковский процесс следует использовать для сравнения с методом фильтрации Калмана.

В качестве корреляционных функций полезного сигнала используются следующие виды:

$$Kx_{i,j} = \sigma_x^2 \exp\{-\alpha_x |i - j| \cdot d\},$$

$$Kx_{i,j} = \sigma_x^2 \exp\{-\alpha_x |i - j| \cdot d\} [\cos \beta_x |i - j| \cdot d + (\frac{\alpha_x}{\beta_x} \sin \beta_x |i - j| \cdot d)].$$

Корреляционные функции погрешности имеют вид:

$$Ke_{i,j} = \sigma_E^2 \cdot \delta_{i,j},$$

где σ_E^2 – дисперсия погрешности сигнала, $\delta_{i,j}$ – дельта-функция (функция Дирака), d – дискрет.

В процессе моделирования используются следующие исходные данные:

- математические ожидания M равны нулю;
- объем выборки $N = 1000$;
- среднее квадратическое отклонение полезного сигнала $\sigma = 1$ м/с;
- среднее квадратическое отклонение погрешности $\sigma = 1$ м/с;
- объем памяти финитно-временной обработки $rl = 4$;
- параметр корреляционной функции $\alpha = 0,01$ 1/с, $\beta = 0,01$ 1/с:



- дискрет $d = 4$ с. Как известно, по теореме Котельникова дискрет не должен превышать значения [4]:

$$d < \frac{\pi}{\alpha \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - 0,05 \cdot \frac{\pi}{2}\right)}.$$

Сравнительные результаты моделирования для исследуемых алгоритмов приведены на следующих графиках:

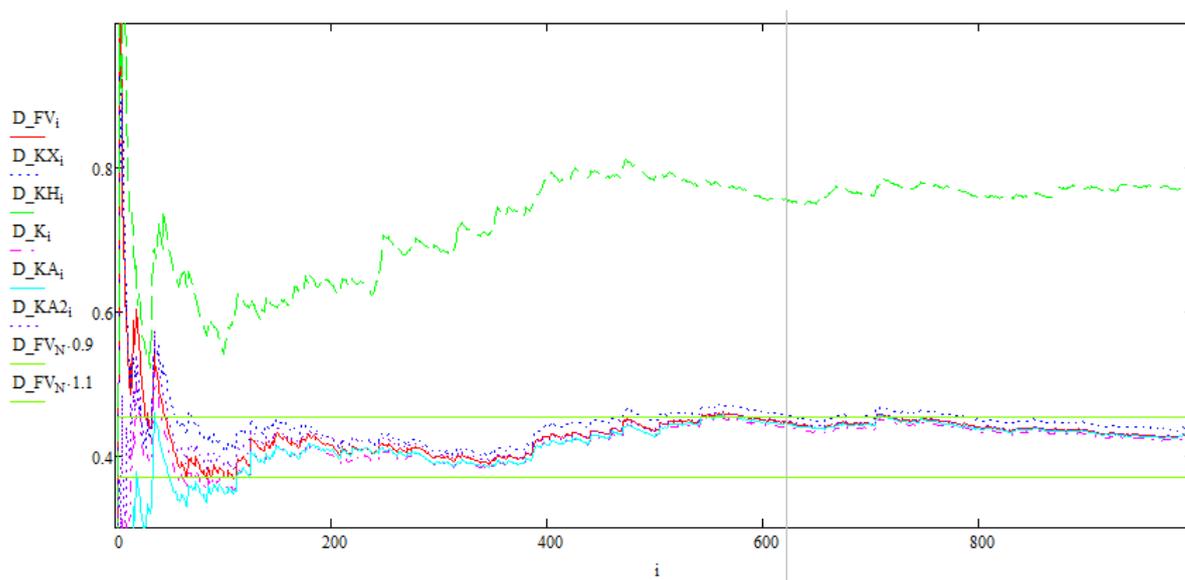


Рис. 1. Изменение дисперсии ошибок оценок фильтров сигнала 1-го порядка при номинальных данных во времени

Обозначения, представленные на рисунке:

- D_{K_i} – дисперсия ошибок оценок статистической фильтрации Калмана;
- D_{FV_i} – дисперсия ошибок оценок статистической финитно-временной фильтрации;
- D_{KA_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной фильтрации Калмана при неизвестной корреляционной функции полезного сигнала;
- D_{KX_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной финитно-временной фильтрации при неизвестной корреляционной функции полезного сигнала;
- D_{KA2_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной фильтрации Калмана при неизвестной корреляционной функции помехи;
- D_{KH_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной финитно-временной фильтрации при неизвестной корреляционной функции помехи.

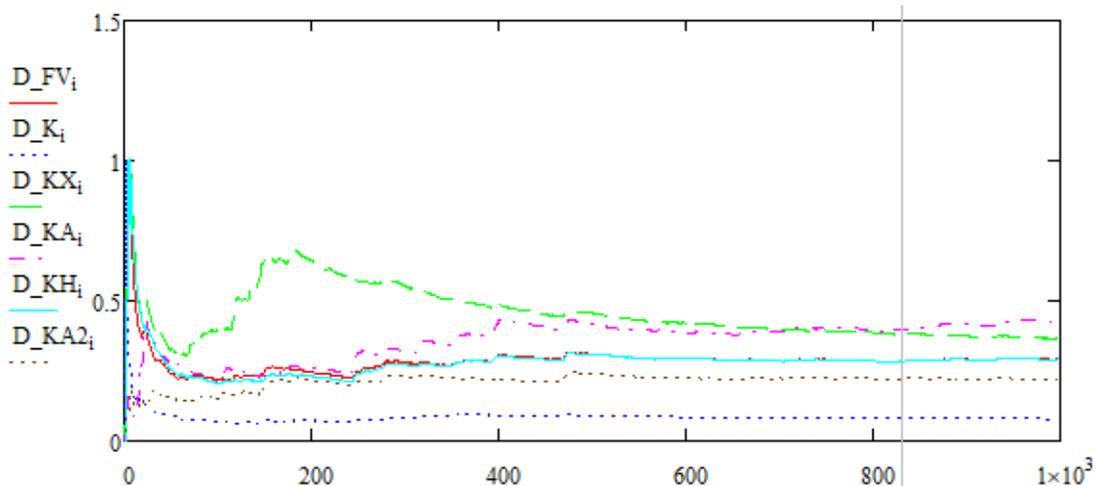


Рис. 2. Изменение дисперсии ошибок оценок фильтраций сигнала 2-го порядка при номинальных данных во времени

Обозначения, представленные на рисунке:

- D_{K_i} – дисперсия ошибок оценок статистической фильтрации Калмана;
- D_{FVi} – дисперсия ошибок оценок статистической финитно-временной фильтрации;
- D_{KA_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной фильтрации Калмана при неизвестной корреляционной функции полезного сигнала;
- D_{KX_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной финитно-временной фильтрации при неизвестной корреляционной функции полезного сигнала;
- D_{KA2_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной фильтрации Калмана при неизвестной корреляционной функции помехи;
- D_{KH_i} – дисперсия ошибок оценок адаптивной финитно-временной фильтрации при неизвестной корреляционной функции помехи.

В результате данной работы можно сделать вывод, что оценка финитно-временной обработке при корреляционной функции $Kx_{i,j} = \sigma_x^2 \exp\{-\alpha_x |i-j|\}$ приближается по точности фильтрации к оценке по методу Калмана при увеличении объема памяти $r1$ во всех случаях, кроме случая при неизвестной помехе. Оценка финитно-временной обработки при корреляционной функции вида

$$Kx_{i,j} = \sigma_x^2 \exp\{-\alpha_x |i-j|\} [\cos \beta_x |i-j| + (\frac{\alpha_x}{\beta_x} \sin \beta_x |i-j|)]$$

близка по точности фильтрации к оценке по методу Калмана. Также следует отметить, что время переходного процесса адаптивного финитно-временного алгоритма фильтрации практически не уступает времени переходного процесса адаптивного фильтра Калмана.

Финитно-временная обработка является более универсальной, более простой в реализации, так как не требует марковости процессов, более устойчивой по сравнению с фильтром Калмана, при этом не уступает по показателям робастности и помехозащищённости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов Ю.П.* Финитно-временной метод оптимальной фильтрации дискретных сигналов / Иванов Ю.П. // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2018. – №5. – С. 23 – 27.
2. *Светлов И.В.* Исследование финитно-временного метода фильтрации сигналов скорости летательного аппарата. / Светлов И.В., Иванов Ю.П. // Семьдесят третья международная студенческая научная конференция ГУАП. – 2020. – С. 43 – 46



3. *Иванов Ю.П.* Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов / Иванов Ю.П., Синяков А.Н., Филатов И.В. – Под ред. В. А. Боднера. Л. Машиностроение, 1984. – 207 с.
4. *Иванов Ю.П.* Теория информационных измерительных систем. / Иванов Ю.П., Бирюков Б.Л. – ГУАП, 2013. – 160 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Светлов Иван Валерьевич —

магистрант кафедры аэрокосмических измерительно-вычислительных комплексов
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А
E-mail: voy.voy.palehche@mail.ru

Иванов Юрий Павлович —

к.т.н., доцент – научный руководитель
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А
E-mail: ypi35@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Svetlov Ivan Valerievich —

master student of the department of aerospace measuring and computing complexes
Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation
67, Bolshaya Morskaya str., Saint-Petersburg, 190000, Russia
E-mail: valeriyabulasowa17@gmail.com

Ivanov Yuriy Pavlovich —

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation
67, Bolshaya Morskaya str., Saint-Petersburg, 190000, Russia
E-mail: ypi35@mail.ru