



## АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ПРИ ПОМОЩИ АЛГОРИТМОВ ДЕЙКСТРЫ И A\*

**В. А. Манакова, А. С. Костин**

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

*Научная статья посвящена анализу и сравнению алгоритмов Дейкстры и A\* для решения задачи коммивояжера. В рамках анализа алгоритмов была рассмотрена оптимизационная задача маршрута движения транспортной системы, требующая решения с использованием алгоритма A\* и представлено подробное ее решение. В заключении были проанализированы задачи будущих исследований алгоритмов планирования и оптимизации.*

*Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, задача коммивояжера, алгоритм Дейкстры, алгоритм A\*.*

### **Для цитирования:**

*Манакова, В. А. Анализ методов решения задачи коммивояжера при помощи алгоритмов Дейкстры и A\* / В. А. Манакова, А. С. Костин // Системный анализ и логистика. – 2023. – № 3(37). – с. 136 – 142. DOI: 10.31799/2077-5687-2023-3-136-142.*

## ANALYSIS OF METHODS FOR SOLVING THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM USING DIJKSTRA AND A ALGORITHMS\*

**V. A. Manakova, A. S. Kostin**

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

*The scientific article is devoted to the analysis and comparison of Dijkstra and A\* algorithms for solving the traveling salesman problem. As part of the analysis of the algorithms, the optimization problem of the route of the transport system, which requires a solution using the A\* algorithm, was considered and its detailed solution was presented. In conclusion, the tasks of future research of planning and optimization algorithms were analyzed.*

*Keywords: combinatorial optimization, traveling salesman problem, Dijkstra algorithm, A\* algorithm.*

### **For citation:**

*Manakova, V. A. Analysis of methods for solving the traveling salesman problem using Dijkstra and A algorithms\* / V. A. Manakova, A. S. Kostin // System analysis and logistics. – 2023. – № 3(37). – p. 136 – 142. DOI: 10.31799/2077-5687-2023-3-136-142.*

### **Введение**

Одна из важнейших задач в транспортной логистике – это оптимизация маршрутов движения транспортных систем для минимизации издержек. Для решения данной задачи существует множество подходов, в частности различные оптимизационные алгоритмы, которые позволяют за относительно короткое время построить оптимальный маршрут движения. Одним из решений может быть разработка интеллектуальных алгоритмов управления полётом БАС [1, 2]. Данная задача сейчас является особенно актуальной из-за внедрения беспилотных транспортных систем, которые должны в автоматическом режиме осуществлять многоадресную доставку грузов в заданные точки доставки.

Оптимизированные маршруты движения позволяют дронам летать по наиболее прямым и эффективным маршрутам, сокращая время в пути и потребление энергии [3, 4]. Это может значительно повысить общую операционную эффективность услуг с использованием дронов, таких как доставка посылок, воздушные проверки и реагирование на чрезвычайные ситуации. Решение проблемы построения маршрутов движения дронов имеет важное значение для безопасной, эффективной и широкой интеграции дронов в нашу повседневную жизнь, раскрывая весь их потенциал как преобразующей технологии [5, 6].

Для построения маршрутов движения в рамках решения задачи коммивояжера существует множество различных оптимизационных алгоритмов, в рамках данной статьи рассмотрим алгоритм Дейкстры и алгоритм A\*.



### Описание задачи коммивояжера

Задача коммивояжера – это одна из классических задач оптимизации, которая заключается в поиске самого оптимального маршрута для коммивояжера, который должен посетить определенное количество пунктов, пройти по ним только один раз и вернуться в исходную точку. Задача заключается в определении наиболее эффективного маршрута среди всех возможных вариантов, при этом количество потенциальных маршрутов растет экспоненциально с ростом числа точек на преобразованном заранее графе [7]. Цель состоит в том, чтобы минимизировать общее пройденное расстояние или затраченное время.

Несмотря на свою вычислительную сложность, задача коммивояжера остается серьезной проблемой для исследований по оптимизации, служа эталоном для разработки алгоритмов и изучения методов эффективного решения других задач комбинаторной оптимизации. Для решения задачи маршрутизации рассмотрим алгоритмы Дейкстры и A\* более подробно.

### Описание алгоритмов Дейкстры и A\*

Алгоритм Дейкстры — это классический метод поиска кратчайшей траектории в методе геометрического графа, в котором вершина представляет точки траектории, ребро - выполняемую траекторию, линия между вершинами называется ребром, а каждое ребро имеет соответствующий вес, который является расстоянием или стоимостью пути [7, 8]. Ключом к использованию данного алгоритма является выбор эффективных точек траектории, сокращение времени планирования, расширение от начальной точки, поиск кратчайшей траектории для узла на каждом шаге, выбор для регистрации узла с наименьшим расстоянием от узла, который никогда не был посещен, затем обход соседних узлов узла после включения узла и обновление расстояния. Рассмотрим основные шаги алгоритма Дейкстры:

Шаги алгоритма Дейкстры:

1. Задать расстояние до всех точек бесконечностью, кроме начальной точки, расстояние до которой равно 0.
2. Установить все точки, включая начальную, как непосещаемые узлы.
3. Установить непосещаемый узел с наименьшим текущим расстоянием в качестве текущего узла "R".
4. Для каждого соседа "S" текущего узла: сложить текущее расстояние "R" с весом ребра, соединяющего "S" - "R".
5. Если это значение меньше, чем текущее расстояние "R", установите его в качестве нового текущего расстояния "R".
6. Пометить текущий узел "S" как посещенный.
7. Повторять действия до тех пор, пока не будет посещена точка назначения.

Алгоритм Дейкстры для нахождения кратчайшего пути выглядит следующим образом [4]:

- a)  $L = \{\}; V = \{v_2, v_3, \dots, v_n\}$
- б) Для  $i=2, \dots, n$ , выполнить  $D(i) = w(1,i)$
- в) Пока  $v_n \notin L$ , делаем следующее:
  - 1) Выбираем точку  $v_k \in V - L$ , причем  $D(k)$  - наименьшая точка  $L = L \cup \{v_k\}$
  - 2) Для каждого  $v_j \in V - L$ ,  
Если  $D(j) > D(k) + W(k,j)$ , то заменить  $D(j)$  на  $D(k) + W(k,j)$
- г) Для каждого  $v_j \in V$ ,  $W^*(1,j) = D(j)$

Алгоритм A\* так же относится к классическим, он аналогичен алгоритму Дейкстры, с той лишь разницей, что A\* пытается искать лучший путь с помощью эвристической функции, которая отдает приоритет узлам, которые, как предполагается, лучше других. Благодаря простоте алгоритма и высокой скорости вычислений, он быстро находит применение в



различных областях [8, 9]. Алгоритм A\* оценивает значение стоимости масштабируемых точек пути в области пути с помощью эвристической функции, сравнивает стоимость каждого поколения, время операции поиска и стоимость расстояния до точки пути и находит оптимальный путь. Преимущество алгоритма A\* заключается в том, что он обладает высокой скоростью вычислений и позволяет эффективно получать информацию о траектории движения дрона.

Шаги алгоритма A\*:

1. Установить расстояние до всех точек на бесконечность, кроме начальной точки, расстояние до которой равно 0.
2. Установить все точки, включая начальную, как непосещаемые узлы.
3. Установить непосещаемый узел с наименьшим текущим расстоянием в качестве текущего узла "R".
4. Для каждого соседа "S" текущего узла: сложить текущее расстояние "R" с весом ребра, соединяющего "R" - "S", и весом до точки назначения (эвристика). Если оно меньше, чем текущее расстояние "S", установите его в качестве нового текущего расстояния "S".
5. Пометить текущий узел "R" как посещенный.
6. Повторять действия до тех пор, пока один из соседей "S" не станет точкой назначения.

Алгоритм A-Star находит оптимальный путь к цели, если эвристическая функция  $h(n)$  является приемлемой, то есть никогда не переоценивает первоначальную стоимость или фактическую стоимость.

Оценочная функция  $f(n) = g(n) + h(n)$ , где:

$g(n)$  = затраты, необходимые для достижения  $n$ .

$h(n)$  = расчетная стоимость пути от  $n$  до цели (задачи).

$f(n)$  = расчетная полная стоимость пути через  $n$  к цели.

### Пример решения задачи коммивояжера алгоритмом Дейкстры и A\*

Посмотрим, как Дейкстра и A\* найдут оптимальный путь между «Начало» и «Конец» в следующем графе (рисунок 1):

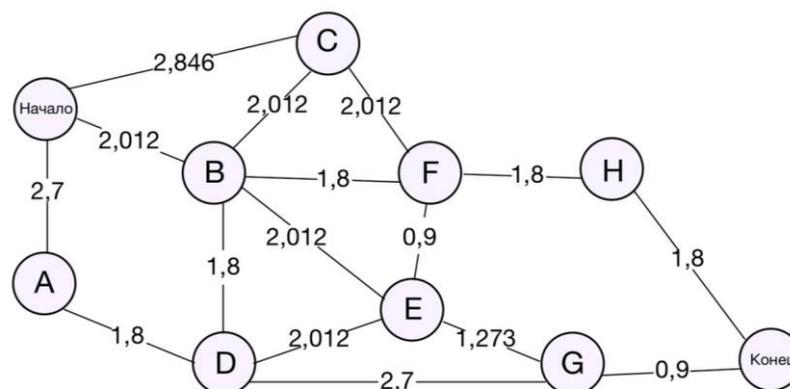


Рис. 1. Граф, используемый для тестирования алгоритмов

Дерево поиска Дейкстры охватывает весь граф, где красным отображен конечный путь, оранжевым – охваченные ребра (рисунок 2,3):

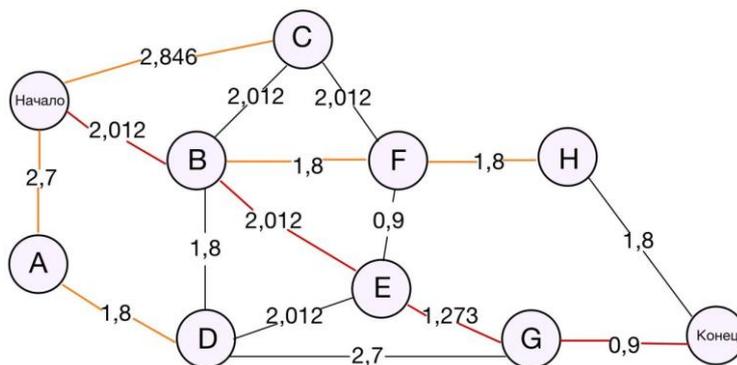


Рис. 2. Тестирование алгоритма Дейкстры на графе

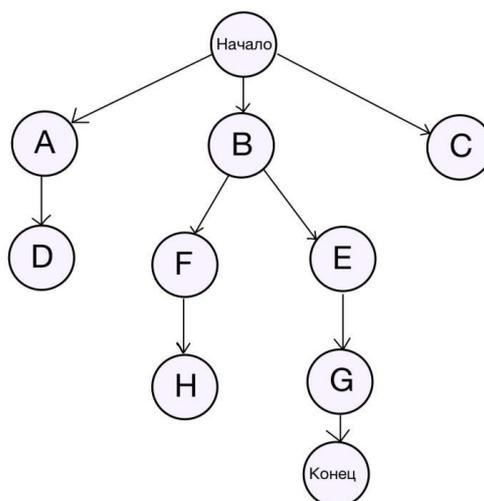


Рис. 3. Дерево алгоритма Дейкстры

Для нахождения оптимального маршрута с помощью алгоритма  $A^*$  используем следующие эвристические оценки:

$$h(A) = 5; h(B) = 4; h(C) = 4; h(D) = 3; h(E) = 1.5; h(F) = 2; \\ h(H) = 1.4; h(G) = 0.6; h(\text{Начало}) = 6; h(\text{Конец}) = 0;$$

Дерево алгоритма  $A^*$  будет содержать лишь оптимальный путь, где красным отображен конечный путь (рисунки 4, 5):

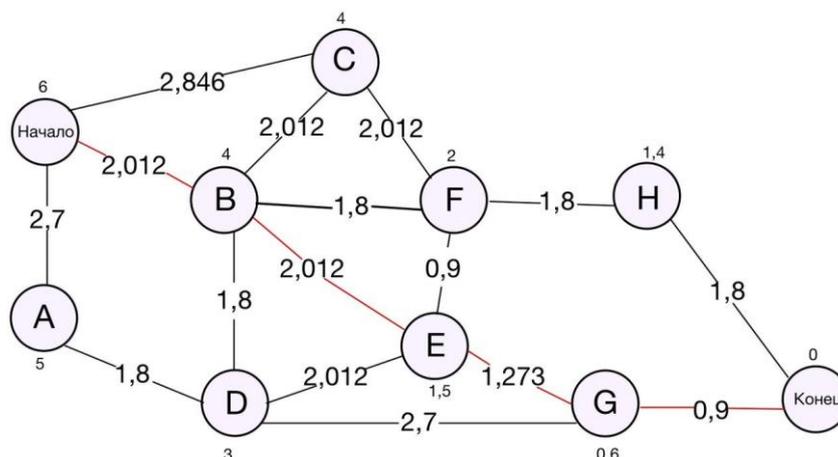


Рис. 4. Тестирование алгоритма  $A^*$  на графе

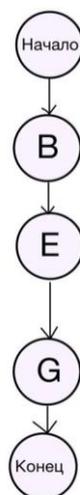


Рис. 5. Дерево алгоритма А\*

В таблице 1 приведено сравнение проработки путей для построения маршрута движения в графе с описанием основных этапов.

Таблица 1 – Сравнение выбора пути у алгоритмов

	Дейкстра	А*
Начало→ А	Да, так как узел непосещенный, точке А в качестве текущего состояния присваиваем значение 2,7	Н е
Начало→ В	Да, так как узел непосещенный, точке В в качестве текущего состояния присваиваем значение 2,012	Д а
Начало→ С	Да, так как узел непосещенный, точке С в качестве текущего состояния присваиваем значение 2,846	Н е
А→ D	Да, так как узел непосещенный, точке D в качестве текущего состояния присваиваем значение	Нет, так как не зашли в точку А
В→ С	Нет, так как значение $2,012 + 2,012 = 4,024 > 2,846$	Н
В→ Е	Да, так как узел непосещенный, точке Е в качестве текущего состояния присваиваем значение	Д а ,
В→ F	Да, так как узел непосещенный, точке F в качестве текущего состояния присваиваем значение	Н е т
С→ F	Нет, так как значение $2,846 + 2,012 = 4,858 > 3,812$	Нет, так как не зашли в точку С
F→ H	Да, так как узел непосещенный, точке H в качестве текущего состояния присваиваем значение 8	Нет, так как не зашли в точку F
F→ Е	Нет, так как значение $2,012 + 1,8 + 0,9 = 4,712 >$	Нет, так как не зашли в точку F
Е→ G	Да, так как узел непосещенный, точке Е в качестве текущего состояния присваиваем значение	Д а ,
G → Конец	Да, так как узел непосещенный, точке Конец в качестве текущего состояния присваиваем значение $2,012 + 2,012 + 1,273 + 0,9 = 6,197$	Д а ,
H → Конец	Нет, так как значение $2,012 + 1,8 + 1,8 + 1,8 = 7,412$	Нет, так как не зашли в точку H



## Заключение

Существует множество алгоритмов, помогающих оптимизировать построение маршрутов. Целью этой работы было сравнить два традиционных алгоритма – алгоритм Дейкстры и A\*. Оба алгоритма нашли кратчайший маршрут, но алгоритм A\* выполнил оптимизационную задачу за меньшее количество шагов. Можно сделать вывод, что алгоритм Дейкстры подходит для поиска кратчайшего пути в графах для некоторых точек, где цель может различаться для разных запросов, когда алгоритм A\* особенно полезен, при имеющейся конкретной цели или пункта назначения и может определить предполагаемое расстояние до нее.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костин А. С. Исследование моделей и методов маршрутизации и практического выполнения автономного движения беспилотными транспортными системами для доставки грузов / Н. Н. Майоров, А. С. Костин // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. – 2023. – Т. 15. – № 3. – С. 524-536.
2. Костин А. С. Разработка автоматизированных решений для исследования вариантов маршрутов доставки при совместном использовании транспортного средства и беспилотной авиационной системы в границах города / А. С. Костин, Н. Н. Майоров // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – № 7. – С. 348-357.
3. Thibbotuwawa A. Unmanned aerial vehicle routing problems: A literature review [Электронный ресурс] / A. Thibbotuwawa, G. Bocewicz, P. Nielsen, Z. Banaszak // Applied Sciences. – 2020. – Vol. 10. – № 13. – P. 24. – URL: [https://www.researchgate.net/publication/342532662\\_Unmanned\\_Aerial\\_Vehicle\\_Routing\\_Problems\\_A\\_Literature\\_Review](https://www.researchgate.net/publication/342532662_Unmanned_Aerial_Vehicle_Routing_Problems_A_Literature_Review) (дата обращения: 10.09.2023).
4. Khoufi I. A survey of recent extended variants of the traveling salesman and vehicle routing problems for unmanned aerial vehicles [Электронный ресурс] / I. Khoufi, A. Laouiti, C. Adjih // Drones. – 2019. – Vol. 3. – № 3. – P. 30. – URL: [https://www.researchgate.net/publication/335398370\\_A\\_Survey\\_of\\_Recent\\_Extended\\_Variants\\_of\\_the\\_Traveling\\_Salesman\\_and\\_Vehicle\\_Routing\\_Problems\\_for\\_Unmanned\\_Aerial\\_Vehicles](https://www.researchgate.net/publication/335398370_A_Survey_of_Recent_Extended_Variants_of_the_Traveling_Salesman_and_Vehicle_Routing_Problems_for_Unmanned_Aerial_Vehicles) (дата обращения: 10.09.2023).
5. Moshref-Javadi M. Applications and research avenues for drone-based models in logistics: A classification and review [Электронный ресурс] / M. Moshref-Javadi, M. Winkenbach // Expert Systems with Applications. – 2021. – Vol. 177. – P. 26. – URL: <https://www.updww.org/wp-content/uploads/2021/04/Applications-and-Research-avenues-for-drone-based-models-in-logistics-A-classification-and-review.pdf> (дата обращения: 10.09.2023).
6. Guerrero J.A. UAV path planning for structure inspection in windy environments / J.A. Guerrero, Y. Bestaoui // Journal of Intelligent & Robotic Systems. – 2012. – Vol. 69. – № 1-4. – P. 297-311. – DOI: 10.1007/s10846-012-9778-2.
7. IFMO: Алгоритм A\* [Электронный ресурс]. – URL: [https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм\\_A\\*](https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм_A*) (дата обращения 11.09.2023);
8. Адитья Бхаргва «Грокаем алгоритмы» Алгоритмы нахождения кратчайшего пути [Электронный ресурс]. – URL: <https://scienceforum.ru/2018/article/2018007070> (дата обращения 12.09.2023)
9. Yang Y.; Xiong, X.; Yan, Y. UAV Formation Trajectory Planning Algorithms: A Review [Электронный ресурс] // Drones. 2023. №7(1), 62 – URL: <https://doi.org/10.3390/drones7010062> (дата обращения: 08.09.2023).



## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Манакова Варвара Александровна –**

студент

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А

E-mail: varya\_manakova06@mail.ru

**Костин Антон Сергеевич –**

ст. преподаватель кафедры №12

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А

E-mail: anton13258@mail.ru

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Manakova Varvara Alexandrovna –**

student

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

67, Bolshaya Morskaya str., Saint-Petersburg, 190000, Russia

E-mail: varya\_manakova06@mail.ru

**Suvorova Elena Alexandrovna –**

senior lecturer of the department № 12

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

67, Bolshaya Morskaya str., Saint-Petersburg, 190000, Russia

E-mail: anton13258@mail.ru