



СИНТЕЗ ПУТЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА МЕТОДОМ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

М. Б. Алесов, Ф. А. Бондаренко

АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро»

Рассматривается задача синтеза путевого управления траекторным движением летательного аппарата (ЛА) при непосредственном наведении на целевую навигационную точку. Основным способом решения является предварительное задание эталонного описания разности текущего углового положения и функции требуемого направления в рамках метода обратной задачи динамики. Рассматриваются уравнения горизонтального движения ЛА в прямоугольной и полярной системах координат. Для учёта ограничения функции управления (угла крена) используется нелинейное звено «насыщения». В статье представлены численные примеры синтеза управления и моделирования движения ЛА, иллюстрирующие работоспособность описанных алгоритмов.

Ключевые слова: синтез траекторного управления летательными аппаратами, способ путевого управления движением, полярная система координат, метод обратной задачи динамики, ограничение функции управления.

Для цитирования:

Алесов, М. Б. Синтез путевого управления движением летательного аппарата методом обратной задачи / М. Б. Алесов, Ф. А. Бондаренко // Системный анализ и логистика. – 2024. – № 4(42). – с. 21-34. DOI: 10.31799/2077-5687-2024-4-21-34.

SYNTHESIS OF AIRCRAFT PATHING MOVEMENT CONTROL WITH INVERSE PROBLEM METHOD

M. B. Alesov, F. A. Bondarenko

«Ramenskoye Instrument-Building Design Bureau» Corp

The synthesis of aircraft pathing movement control with direct guidance to the target navigation point is considered. The basic solution method is to preset a reference description of the difference between the current angular position and the function of the required direction in the frame-work the inverse dynamics problem method. Equations of horizontal motion of an aircraft in rectangular and polar coordinate systems are considered. To account of the limitation of the control function (roll angle), a nonlinear "saturation" function is used. The article presents numerical examples of control synthesis and modeling of aircraft motion, illustrating the availability of the described algorithms.

Keywords: synthesis of trajectory control of aircraft, method of pathing control, polar coordinate system, inverse problem method, restriction of control function.

For citation:

Alesov, M. B. Synthesis of aircraft pathing movement control with inverse problem method / M. B. Alesov, F. A. Bondarenko // System analysis and logistics. – 2024. – № 4(42). – p. 21-34. DOI: 10.31799/2077-5687-2024-4-21-34.

Введение

Путевой способ управления летательным аппаратом (ЛА), заключающийся в стабилизации направления на целевую навигационную точку (ЦТ), является одним из важных алгоритмических элементов пилотажно-навигационного обеспечения ЛА.

В зависимости от того, какой угол горизонтального углового положения ЛА (угол курса или путевой угол) указывается в качестве заданного направления, выделяют две стандартные воздушные операции. При использовании в качестве опорного направления угла курса операция носит название «Заданный курс на навигационную точку», или, кратко, «Курс на ...». При использовании путевого угла операцию называют «Заданный путевой угол на навигационную точку», или «Путевой угол на ...». Для кодирования процедур маневрирования согласно спецификации ARINC 424 "Navigation system data base» такие стандартные участки траектории ЛА имеют, соответственно, обозначения DF (Direct to Fix) и CF (Course to Fix).



При выполнении полётного задания в качестве целевой навигационной точки могут выступать: активный поворотный пункт маршрута (ППМ) или активная контрольная точка манёвра (КТМ).

Поскольку управляемыми параметрами являются угловые характеристики ЛА и направление задаётся на целевую навигационную точку, то представляется вполне обоснованным использовать полярную систему координат при описании модели горизонтального движения ЛА. Если, к тому же, целевая точка совпадает с положением VOR и/или DME маяка, то полярные координаты (радиальная дальность, полярный угол – азимут на ЛА) являются не только выходными комплексными, но и измеряемыми характеристиками текущего положения ЛА.

Данная работа посвящена решению задачи наведения ЛА, учитывающей значительные угловые отклонения ЛА от заданного направления и постоянное ветровое воздействие. При синтезе управления используется метод обратной задачи динамики с учетом ограничения на величину функции управления, при этом в качестве управляющего воздействия используется значение угла крена ЛА.

Вопросы синтеза управления динамическими системами методом обратной задачи без учета ограничений на управление изложены в работах Бойчука Л.М. [1], Крутько П.Д. [2], Фурунжиева Р.И. и др. [3]. Методы учета ограничений при синтезе управления динамическими системами рассмотрены в работах Колесникова А.А. [4], Павловского В.Е., Савицкого А.В. [5].

1. Задача путевого траекторного управления и модель движения ЛА

На рисунке 1 показана структурная схема системы регулирования путевого движения ЛА, включающая: объект управления (модель движения ЛА), задатчик угла (определяющий требуемые характеристики направления) и регулятор (реализующий закон путевого управления).

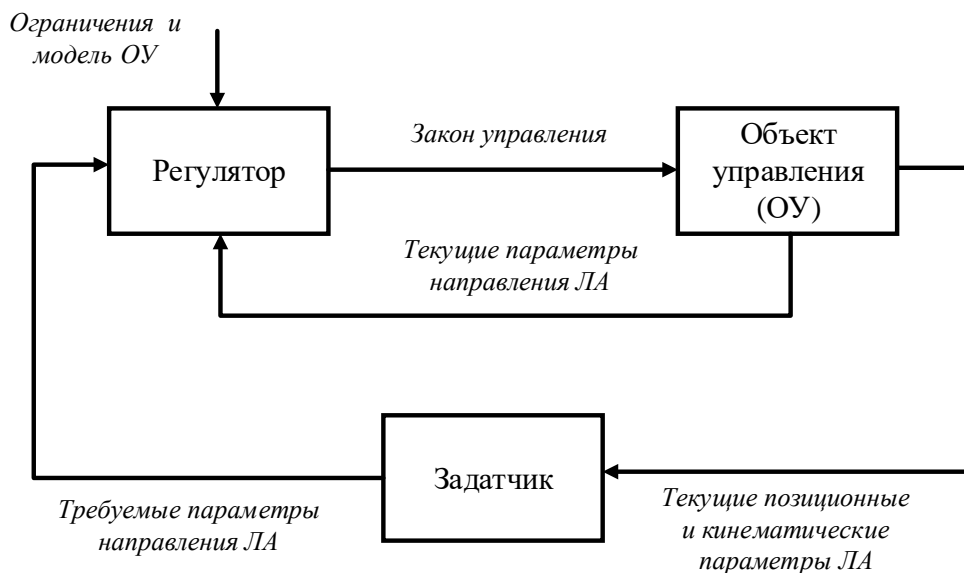


Рис. 1. Структурная схема системы регулирования путевого движения ЛА

При описании движения ЛА и задании характеристик направления используются следующие локальные (топоцентрические) системы координат.

Прямоугольная система координат (NUE) располагается в целевой точке с геодезическими координатами (φ_0, λ_0) и определённой высотой, ось X направлена по меридиану на север (N), ось Y направлена нормально к эллипсоиду вверх (Up), ось Z дополняет



систему до правой и направлена на восток (E). Текущее горизонтальное положение ЛА в прямоугольной системе координат определяется горизонтальными координатами (X, Z). Направление движения ЛА относительно воздуха задаётся углом курса ψ , а относительно земной поверхности – путевым углом P . Углы отсчитываются, как принято в авиации, от направления на север, с положительным значением по часовой стрелке.

Локальная полярная система координат располагается в целевой точке и образована осью увеличения горизонтальной дальности R (радиальным лучом) и осью увеличения полярного угла ζ (положительное направление отсчёта угла – по часовой стрелке от направления на север). Текущее положение ЛА в полярной системе координат определяется координатами (R, ζ) – радиальной дальностью и полярным углом. Характеристиками направления являются: относительный полярный угол курса A и относительный полярный путевой угол ЛА Λ , отсчитываемые от текущего радиала с положительным направлением по часовой стрелке.

На рисунке 2 показаны используемые системы координат и характеристики направления в горизонтальной плоскости. Векторы воздушной, путевой скорости и скорости ветра обозначены соответственно как \vec{V} , \vec{W} , \vec{U} .

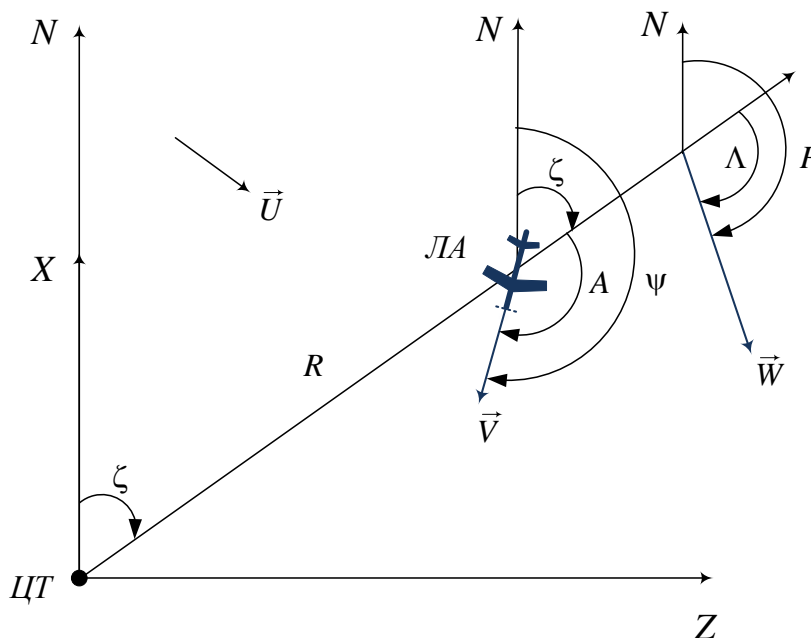


Рис. 2. Используемые системы координат и характеристики направления

Движение объекта управления (ЛА) при траекторном маневрировании в прямоугольной системе координат описывается тремя дифференциальными уравнениями относительно переменных состояния X, Z и ψ [6]:

$$\frac{dX}{dt} = V \cos \psi + U_x, \quad \frac{dZ}{dt} = V \sin \psi + U_z, \quad \frac{d\psi}{dt} = \frac{g}{V} \tan \gamma, \quad (1)$$

где X, Z – позиционные координаты «север - восток», м; t – время, с; ψ – угол курса, радианы; V – истинная воздушная скорость ЛА, м/с; U_x, U_z – соответствующие составляющие скорости ветра, м/с; g – ускорение свободного падения, м/с²; γ – угол крена ЛА, радианы.

Для регулирования направления движения ЛА используется только третье уравнение



описания движения (1), первые два уравнения применяются при моделировании и расчёте текущих параметров движения.

Движение ЛА в полярных координатах относительно целевой точки описывается системой трёх дифференциальных уравнений с переменными состояния R , ζ и A :

$$\frac{dR}{dt} = V \cos A + U_R, \quad \frac{d\zeta}{dt} = \frac{V}{R} \sin A + \frac{U_\zeta}{R}, \quad \frac{dA}{dt} = \frac{g}{V} \operatorname{tg} \gamma - \frac{V}{R} \sin A - \frac{U_\zeta}{R}, \quad (2)$$

где R – горизонтальная (радиальная) дальность до ЛА от центра системы, м; ζ – текущий полярный угол расположения ЛА, радианы; A – относительный угол курса ЛА, радианы; U_R , U_ζ – радиальная и тангенциальная составляющие скорости ветра соответственно, м/с.

Как и в случае прямоугольной системы (1) для регулирования направления движения ЛА используется только третье уравнение описания движения (2), первые два уравнения применяются при моделировании и расчёте текущих параметров движения.

Обычно вектор скорости ветра \vec{U} задаётся своей величиной (модулем) U и метеорологическим направлением ветра ψ_B . Компоненты скорости ветра для уравнений движения (1), (2) рассчитываются как

$$U_x = -U \cos \psi_B, \quad U_z = -U \sin \psi_B; \\ U_R = U_x \cos \zeta + U_z \sin \zeta, \quad U_\zeta = U_z \cos \zeta - U_x \sin \zeta.$$

На функцию управления (тангенс угла крена) накладывается постоянное ограничение по величине

$$|\sigma(t)| \leq \sigma_0, \quad (3)$$

где $\sigma_0 = \operatorname{tg} \gamma_0$ – заданное максимальное значение функции управления; γ_0 – максимально допустимое значение угла крена при манёвре, радианы.

Для непосредственного ограничения управления используется нелинейный элемент «насыщение» с симметричным ограничением $\sigma_0 > 0$ вида

$$G_{\sigma_0}(\sigma) = \begin{cases} \sigma, & |\sigma| \leq \sigma_0, \\ \sigma_0 \operatorname{sign}(\sigma), & |\sigma| > \sigma_0, \end{cases} \quad (4)$$

или его гладкие аппроксимации

$$G_{\sigma_0}^{(1)}(\sigma) = \frac{2\sigma_0}{\pi} \operatorname{arctg}(b\sigma), \quad G_{\sigma_0}^{(2)}(\sigma) = \sigma_0 \operatorname{th}(b\sigma), \quad (5)$$

где b – параметр крутизны функции «насыщения».

Таким образом, задача заключается в синтезе управления объектом, движение которого описывается уравнениями (1) или (2), для перемещения из точки пространства состояния (X, Z, ψ) или (R, ζ, A) в конечную точку со значениями переменных $(X, Z) = (0, 0)$ или $R = 0$. При этом в качестве функции управления используется ограниченное значение угла крена (3), а разность требуемых $y_0 \in \{\psi_0, P_0, A_0, \Lambda_0\}$ и текущих $y \in \{\psi, P, A, \Lambda\}$ параметров направления должна удовлетворять выбранному дифференциальному уравнению $E[y_0 - y(\sigma)] = 0$.



2. Расчёт характеристик направления

Характеристиками направления ЛА, по которым в регуляторе (см. рисунок 1) рассчитывается управляющее воздействие, являются задаваемые и текущие углы курса, а также задаваемые и текущие путевые углы ЛА. В зависимости от используемой системы координат их значения отсчитываются от фиксированного направления на север (прямоугольная система) или от направления радиала (луча, проведённого из целевой точки, полярная система).

2.1) Задаваемые углы ЛА

Расчёт требуемого угла курса в задатчике (см. рисунок 1) выполняется по текущей позиции ЛА относительно целевой точки. Обычно бортовая навигационная система ЛА обеспечивает потребителей и, в частности, систему траекторного управления текущими геодезическими координатами ЛА на общеземном эллипсоиде. Метод расчёта прямоугольных координат ЛА в топоцентрической системе целевой точки по геодезическим координатам дан в ГОСТ 51794-2008 «Методы преобразования координат определяемых точек».

Значение заданного угла курса ψ_0 изменяется в процессе движения ЛА и определяется в локальной прямоугольной системе координат целевой точки как

$$\psi_0 = \operatorname{arctg} \frac{-Z}{-X}. \quad (6)$$

Здесь функция арктангенса имеет область значений во всём диапазоне изменения угла курса $(-\pi, \pi]$ и учитывает знаки числителя и знаменателя входного аргумента.

При значительном расстоянии от ЛА до целевой точки величина требуемого курса определяется из решения обратной геодезической задачи по формуле сферической тригонометрии

$$\psi_0 = \operatorname{arctg} \frac{\cos \varphi_0 \sin(\lambda_0 - \lambda)}{\cos \varphi \sin \varphi_0 - \sin \varphi \cos \varphi_0 \cos(\lambda_0 - \lambda)}, \quad (7)$$

где (φ_0, λ_0) – геодезические координаты целевой точки, радианы; (φ, λ) – текущие геодезические координаты ЛА, радианы.

При повышенных требованиях к точности допустимо рассчитывать заданное направление курса на сфероиде по формулам Каврайского В.В., Гаусса К.Ф., Бесселя Ф.В., Vincenty Т. [7].

Поскольку заданный угол курса непрерывно пересчитывается, то следует учитывать его скорость, продифференцировав уравнение (6). В результате получим

$$\frac{d\psi_0}{dt} = W_Z \frac{X}{R^2} - W_X \frac{Z}{R^2}, \quad (8)$$

где W_Z, W_X – составляющие путевой скорости в прямоугольной системе координат, м/с;
 $R = \sqrt{X^2 + Z^2}$ – горизонтальная дальность от ЛА до целевой точки, м.

При движении на целевую точку с заданным путевым углом значение требуемого путевого угла совпадает с расчётным значением курса, т.е. $P_0 = \psi_0$, и, кроме того, угловые скорости также принимаются равными $\frac{dP_0}{d\tau} = \frac{d\psi_0}{dt}$.

При описании движения в полярных координатах требуемое значение относительного полярного угла A_0 постоянно и равно π . При этом, чтобы не применять методы «развёртывания фазы», представляется обоснованным полагать, что относительный угол



курса A изменяется в пределах $[0, 2\pi)$. Точно также, значение заданного относительного путевого угла Λ_0 полагают равным π .

2.2) Текущие углы ЛА

При формировании сигнала управления направлением ЛА в регуляторе используются текущие комплексные значения угла курса ψ и путевого угла P , непосредственно предоставляемые бортовым пилотажно-навигационным комплексом ЛА.

При использовании уравнения движения в полярной системе координат значение текущего относительного угла курса рассчитывается как

$$A = \psi - \operatorname{arctg} \frac{Z}{X}. \quad (9)$$

Полярный путевой угол при наличии текущих прямоугольных координат ЛА вычисляется по формуле как

$$\Lambda = P - \operatorname{arctg} \frac{Z}{X}. \quad (10)$$

Полярный путевой угол при использовании полярных характеристик рассчитывается как

$$\Lambda = \operatorname{arctg} \frac{V \sin A + U_{\zeta}}{V \cos A + U_R}. \quad (11)$$

3. Синтез функции управления

В соответствии с методом обратной задачи динамики управление выбирается исходя из требования минимизации эталонного уравнения разности требуемого и текущего состояний системы, при этом функционал качества управления записывается как [8]

$$J(\sigma) = \frac{1}{2} \{E_n[y_0 - y(\sigma)]\}_{|\sigma| \leq \sigma_0}^2 \rightarrow \min, \quad (12)$$

где $y_0(t)$ – функция требуемого состояния объекта управления (угол курса, путевой угол); $y(t; \sigma)$ – функция текущего состояния объекта управления, зависящая от управления; $E_n(\Delta y)$ – дифференциальное эталонное выражение n -го порядка вида

$$E_n(\Delta y) = \frac{d^n \Delta y}{dt^n} + \sum_{j=0}^{n-1} a_j \frac{d^j \Delta y}{dt^j}; \quad (13)$$

$\Delta y(t) = y_0(t) - y(t; \sigma)$ – функция разности переменных состояния; a_j – коэффициенты линейного дифференциального выражения ($j = 0, \dots, n-1$).

В рассматриваемой задаче ограничимся эталонными выражениями первого порядка ($n = 1$), тогда дифференциальное выражение имеет вид

$$E_1(\Delta y) = \frac{d\Delta y}{dt} + \frac{1}{T} \Delta y, \quad (14)$$

где T – постоянная времени, с.

Выбор значения постоянной времени T определяется соображениями допустимой временной задержки используемого апериодического звена первого порядка и частотой среза



$\sim \frac{1}{T}$ фильтра низких частот для входной информации.

Эталонное уравнение первого порядка (14) для углового движения относительно угла курса записывается как

$$\frac{d(\psi_0 - \psi)}{dt} + \frac{1}{T}(\psi_0 - \psi) = 0, \quad (15)$$

где ψ_0 – заданное значение угла курса, определяемое по формуле (6), (7); ψ – текущее значение угла курса ЛА.

Выражение критерия (12) с учётом (1) запишется в виде

$$J(\sigma) = \frac{1}{2} \left[\frac{d\psi_0}{dt} - \frac{g}{V} \sigma + \frac{1}{T} (\psi_0 - \psi) \right]_{|\sigma| \leq \sigma_0}^2 \rightarrow \min, \quad (16)$$

причём функция управления σ входит в выражение аргумента квадратичной функции линейно. В этом случае минимальное значение критерия (16) с учётом ограничения (3) достигается при следующем законе управления

$$\sigma(t) = G_{\sigma_0} \left(\frac{V}{g} \frac{d\psi_0}{dt} + \frac{V}{Tg} (\psi_0 - \psi) \right). \quad (17)$$

Использование скорости угла курса $\frac{d\psi_0}{dt}$ имеет смысл экстраполяции требуемого значения угла курса и определяется по формуле (8). Последнее слагаемое выражения функции управления (17) реализует закон пропорционального управления.

Аналогичным образом запишется закон управления для путевого угла P

$$\sigma(t) = G_{\sigma_0} \left(\frac{V}{g} \frac{dP_0}{dt} + \frac{V}{Tg} (P_0 - P) \right), \quad (18)$$

где P – текущий путевой угол ЛА; P_0 – заданный путевой угол ЛА, рассчитываемый по формуле (6), (7).

Для относительного угла курса выражение эталонного уравнения (14) запишется как

$$\frac{d(A_0 - A)}{dt} + \frac{1}{T}(A_0 - A) = 0, \quad (19)$$

где A – текущий относительный угол курса ЛА, рассчитываемый по формуле (9); A_0 – заданный относительный угол курса ЛА, равный π .

Выражение критерия (12) с учётом (2) запишется в виде

$$J(\sigma) = \frac{1}{2} \left[\frac{dA_0}{dt} - \frac{g}{V} \sigma + \frac{V}{R} \sin A + \frac{U_\zeta}{R} + \frac{1}{T} (A_0 - A) \right]_{|\sigma| \leq \sigma_0}^2 \rightarrow \min. \quad (20)$$

Отсюда закон управления для относительного полярного курса определяется как



$$\sigma(t) = G_{\sigma_0} \left(\frac{V^2}{g R} \sin A + \frac{V}{g R} U_{\zeta} + \frac{V}{T g} (A_0 - A) \right). \quad (21)$$

Величина скорости $\frac{dA_0}{dt} = 0$, поскольку заданное значение A_0 фиксировано. Первые два слагаемых выражения функции управления (21) задают скорость изменения базового направления отсчёта относительного угла курса, последнее слагаемое реализует закон пропорционального управления.

Аналогичным образом запишется закон управления для относительного полярного путевого угла

$$\sigma(t) = G_{\sigma_0} \left(\frac{V^2}{g R} \sin A + \frac{V}{g R} U_{\zeta} + \frac{V}{T g} (\Lambda_0 - \Lambda) \right), \quad (22)$$

где Λ – текущий относительный полярный путевой угол ЛА, рассчитываемый по формулам (10), (11); Λ_0 – заданный относительный полярный путевой угол, равный π .

Для улучшения переходного процесса рекомендуется уменьшать постоянную времени затухания в условиях значительного отклонения текущего угла от заданного значения, используя вместо эталонного уравнения (15) аналог нелинейного уравнения Дж. Льюиса с корректируемым дифференциальным членом [5]

$$T [1 - G_m (\mu |\psi_0 - \psi| R)] \frac{d(\psi_0 - \psi)}{dt} + (\psi_0 - \psi) = 0, \quad (23)$$

где μ – коэффициент уменьшения затухания ($\mu \geq 0$); m – относительная величина наименьшего значения постоянной времени ($0 < m < 1$).

В этом случае функция управления, например, для угла курса (17) запишется как

$$\sigma(t) = G_{\sigma_0} \left(\frac{V}{T [1 - G_m (\mu |\psi_0 - \psi| R)] g} (\psi_0 - \psi) + \frac{V}{g} \frac{d\psi_0}{dt} \right). \quad (24)$$

Аналогичным образом запишутся законы управления для относительного угла курса A и путевых углов P, Λ .

4 Примеры синтеза управления и моделирования движения ЛА

Рассмотрим примеры расчёта путевого управления при следующих параметрах движения: воздушная скорость ЛА $V = 200$ км/час = 55,56 м/с; северная и восточная составляющие скорости ветра $U_x = -10$ м/с, $U_z = 10$ м/с.

Точка начала процесса наведения имеет прямоугольные координаты относительно целевой точки $X(0) = 1000$ м, $Z(0) = 1000$ м. Начальный угол курса равен $\psi(0) = \frac{\pi}{8}$.

Полярные координаты начальной точки равны $R(0) = 1414$ м, $\zeta(0) = \frac{\pi}{4}$, а начальный

относительный полярный угол курса $A(0) = -\frac{\pi}{8}$.

Максимально допустимое значение угла крена γ_0 принято 40° , что соответствует максимальному значению управления $\sigma_0 = \text{tg } \gamma_0 = 0,84$. В качестве параметра эталонного



выражения (14) принято значение постоянной времени $T = 3$ с.

Рассматривается моделирование численным методом Рунге-Кутты траекторного движения ЛА по формулам (1) в прямоугольной системе координат при действии управления, соответствующего режимам «Заданный курс на...», «Заданный путевой угол на...» и определяемого формулами (17), (18).

На рисунке 3 показаны траектории движения ЛА в плоскости прямоугольных координат (Z, X) для двух режимов наведения на ЦТ. Движение начинается из одной начальной точки (НТ) с начальными координатами и завершается в целевой точке с нулевыми координатами.

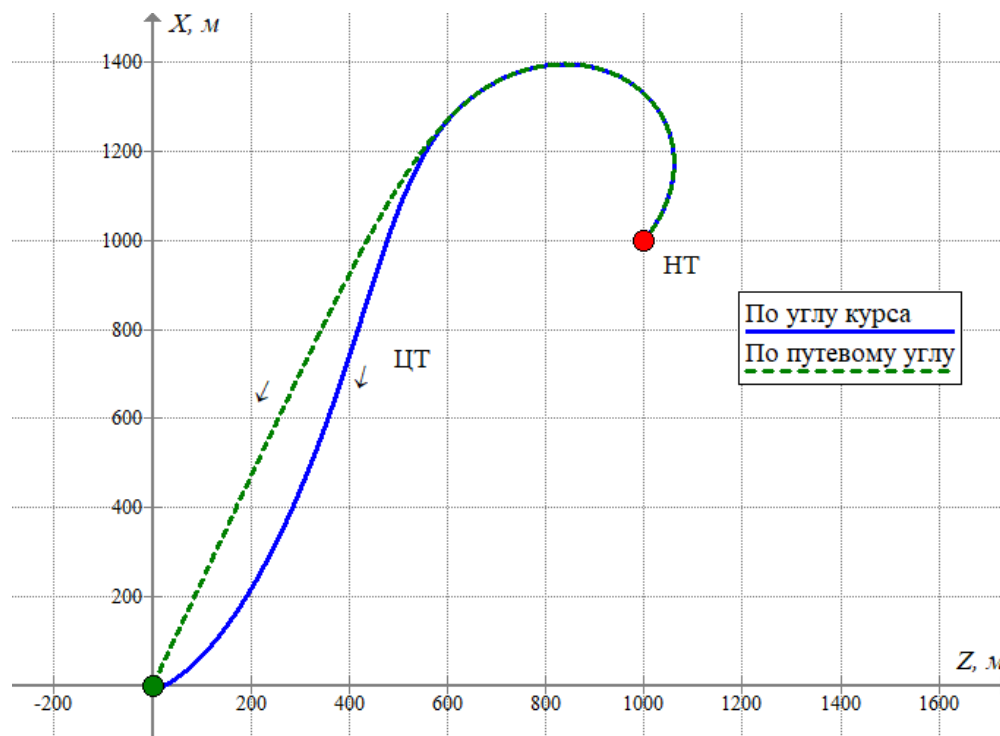


Рис. 3. Траектории наведения в прямоугольных координатах (Z, X)

Переходные процессы фазовых переменных модели движения: координат $X(t)$, $Z(t)$ и угла курса $\psi(t)$, при выполнении наведения показаны на рисунках 4, 5 соответственно.

Длительность процесса при наведении по курсу составила 42 с, при наведении по путевому углу – 41,5 с. При этом траектории включают первоначальный участок разворота (до 17 с) и завершающий участок стабилизации курса на ЦТ. При этом в режиме заданного путевого угла значение курса на завершающем участке почти постоянно и управление не требуется. В режиме заданного курса непрерывно осуществляется компенсация влияния ветра с помощью соответствующего управления.

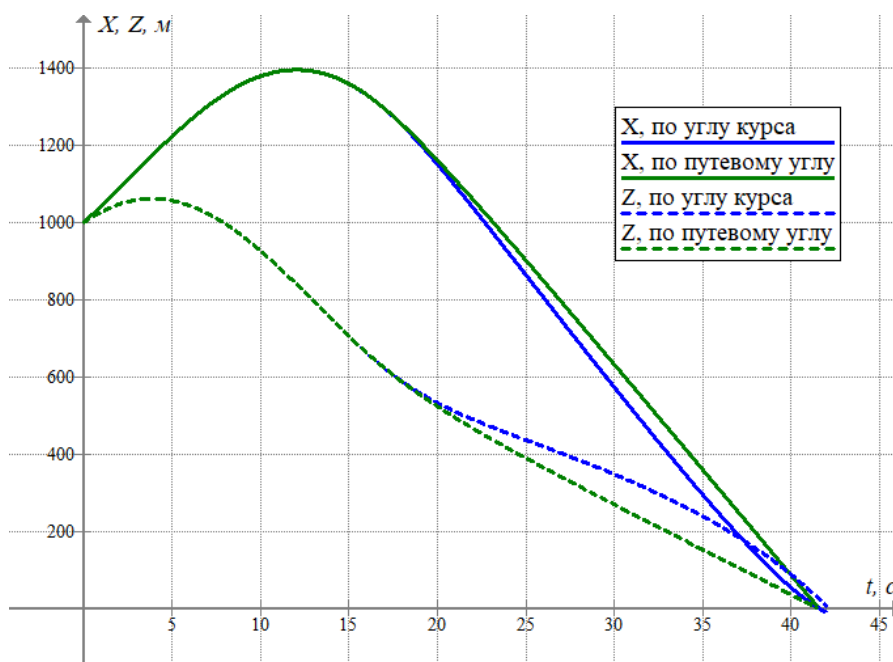


Рис. 4. Переходные процессы координат $X(t)$, $Z(t)$

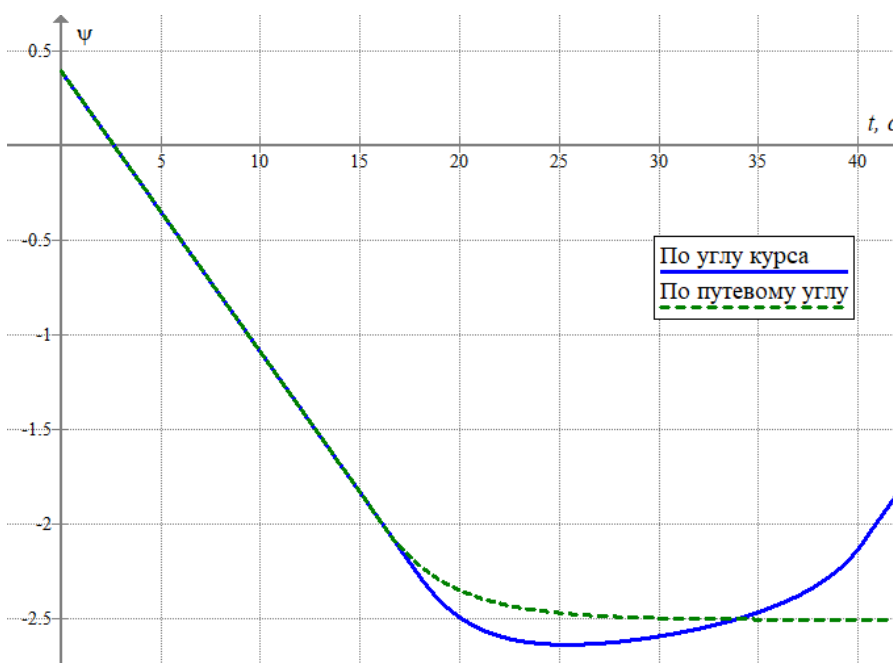


Рис. 5. Переходные процессы угла курса $\psi(t)$

На рисунке 6 представлены функции управления $\sigma(t)$, реализуемые в процессе наведения ЛА. На первоначальном участке разворота значение функции управления достигает максимального по модулю значения, а на завершающем – стремится к нулю (при заданном путевом угле) и даже меняет знак на противоположный (при заданном курсе).

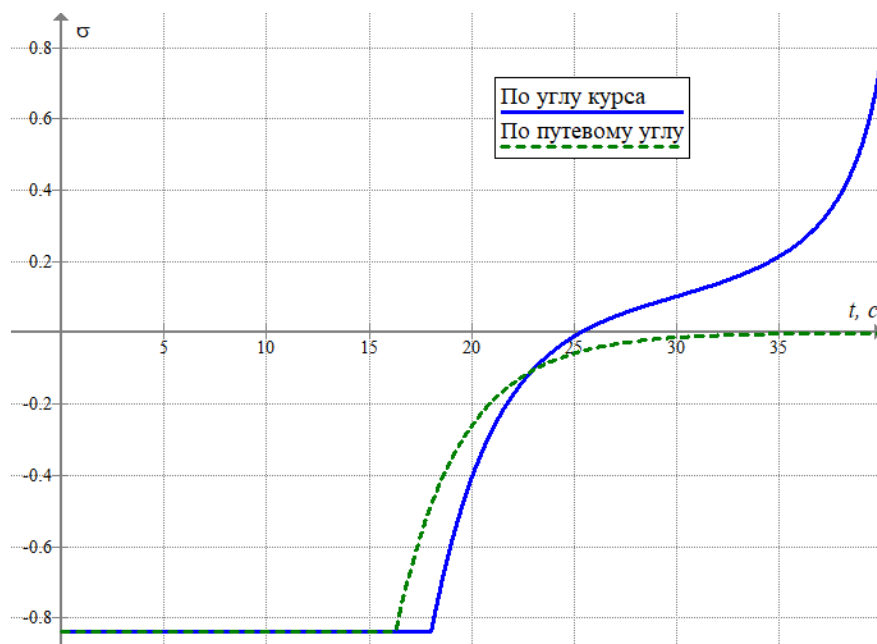


Рис. 6. Изменение функции управления $\sigma(t)$

Рассматривается моделирование траекторного движения ЛА в полярной системе координат по формулам (2) при действии управления, определяемого формулами (21), (22).

На рисунке 7 показаны фазовые траектории движения ЛА в плоскости полярных координат (R, ζ) от начальной точки до ЦТ с различными углами подхода, соответствующими двум режимам наведения.

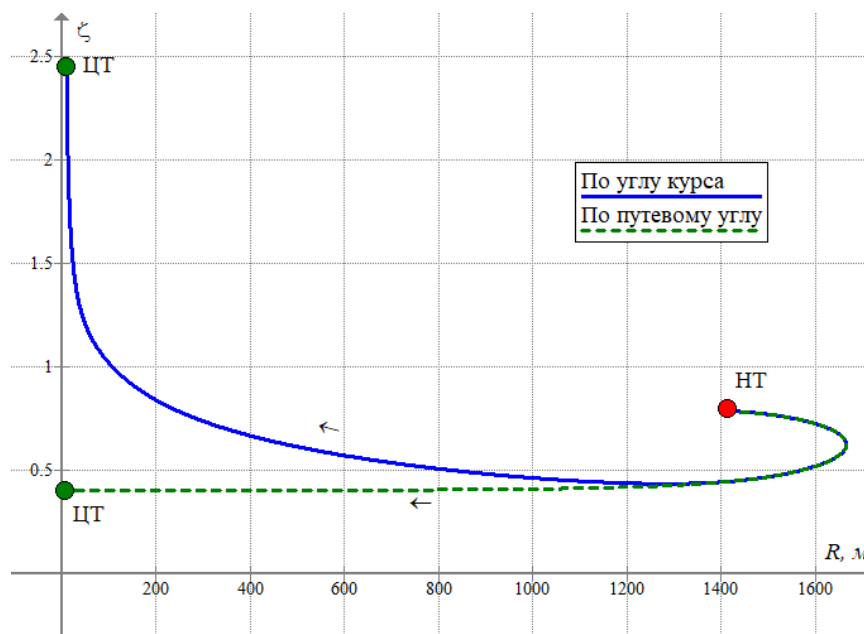


Рис. 7. Траектории наведения в полярных координатах (R, ζ)

Переходные процессы фазовых переменных модели движения: координат $R(t)$, $\zeta(t)$ и относительного угла курса $A(t)$ в процессе наведения показаны на рисунках 8, 9, 10 соответственно.

Функции изменения радиальной дальности $R(t)$ для двух способов управления



практически совпадают и на рисунке 8 показана общая зависимость.

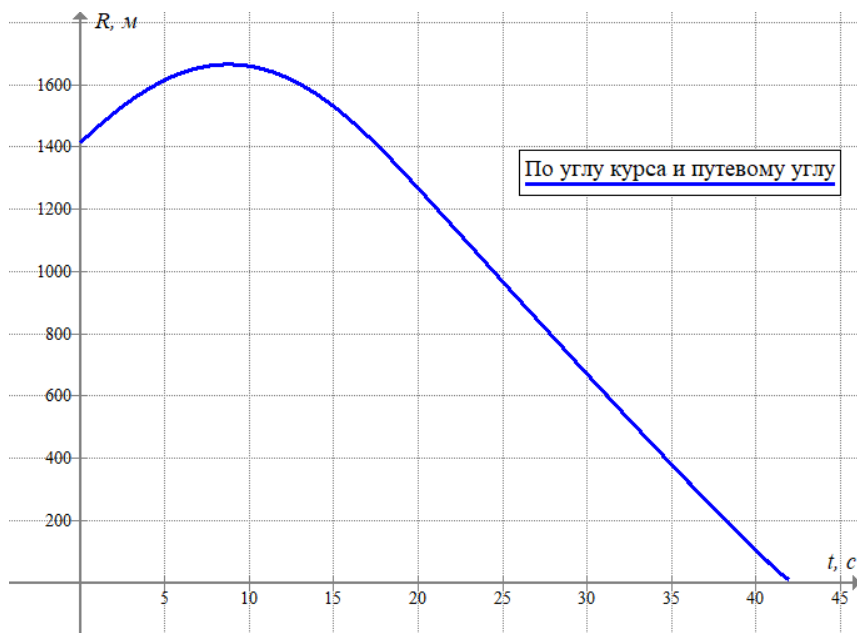


Рис. 8. Переходные процессы радиальной дальности $R(t)$

Функция полярного угла $\zeta(t)$ резко изменяется при подходе к целевой точке в случае управления по углу курса.

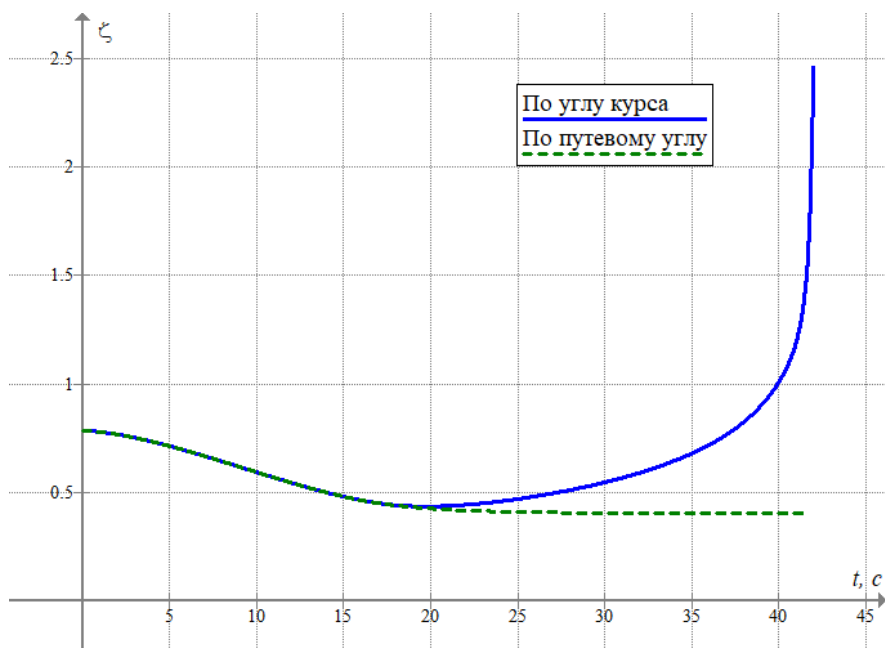


Рис. 9. Переходные процессы полярного угла $\zeta(t)$

Функции относительного угла курса $A(t)$ почти постоянны на завершающем участке наведения, но отличаются на величину угла сноса.

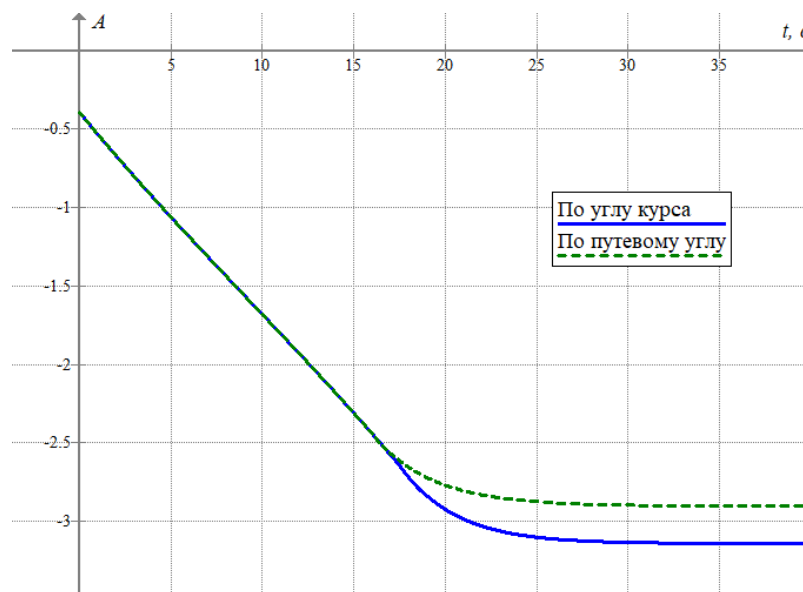


Рис. 10. Переходные процессы относительного курса ЛА $A(t)$

Полученные функции изменения полярных координат (R, ζ) могут быть пересчитаны в прямоугольные координаты (X, Z) по формулам

$$X = R \cos \zeta, \quad Z = R \sin \zeta, \quad (25)$$

а относительный угол курса A – в угол курса ψ по формуле (9). При этом результирующие траектории практически совпадают с графиками, показанными ранее на рисунках 3, 4, 5. Кроме того, функции управления $\sigma(t)$, рассчитанные в прямоугольных координатах и показанные на рисунке 6, совпадают с функциями, получаемыми по модели движения в полярных координатах.

Таким образом, синтез путевого управления можно выполнять как в прямоугольных, так и в полярных координатах, в зависимости от состава комплексных пилотажно-навигационных характеристик, получаемых от бортовой аппаратуры ЛА.

Заключение

В работе рассмотрен синтез путевого управления при наведении летательного аппарата на неподвижную навигационную точку, основанный на методе обратной задачи динамики в разностной форме первого порядка. Полученные формулы для расчёта управления по углу крена являются достаточно экономичными с точки зрения требуемых вычислительных ресурсов и содержат входные навигационно-пилотажные характеристики, предоставляемые большинством комплектов бортовой аппаратуры ЛА.

Расчётные формулы управления идентичны при описании траекторного движения в прямоугольных и в полярных координатах, но при использовании радионавигационных систем ближней навигации постановка задачи в полярных координатах имеет «естественную» трактовку.

Представленная методика имеет перспективы дальнейшего развития, в частности, при включении переменной управления в модель описания объекта, учёте инерционности управления и при использовании обратной связи по управлению [9].

Предложенные алгоритмы практически могут быть применены в составе многометодных бортовых комплексов пилотажно-навигационного обеспечения и траекторного управления летательными аппаратами, а также при автоматизации штурманской подготовки полётов.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бойчук Л. М.* Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. / Л. М. Бойчук – М.: Энергия, 1971. – 112 с.
2. *Крутько П. Д.* Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. / П. Д. Крутько – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.
3. *Гурский Н. Н.* Синтез регуляторов для управления движением мехатронных систем / Н. Н. Гурский, Ю. И. Слабко, Р. И. Фурунжиев, А. Л. Хомич // Информатика. – 2008. – № 4. – С. 34-40.
4. *Колесников А. А.* Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза / А. А. Колесников – М.: Едиториал УРСС, 2019. – 240 с.
5. *Павловский В. Е.* Исследование обратной задачи для вычисления управляющих воздействий для квадрокоптера / В. Е. Павловский, А. В. Савицкий // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2017. – № 17. – 20 с.
6. *Козарук В. В.* Навигационные эргатические комплексы самолетов / В. В. Козарук, Я. Ю. Ребо – М.: Машиностроение, 1986. – 288 с.
7. *Бойко Е. Г.* Высшая геодезия. Часть II. Сфероидическая геодезия. / Е. Г. Бойко – М.: Картогеоцентр-Геодезиздат, 2003. – 144 с.
8. *Ким Д. П.* Теория автоматического управления / Д. П. Ким – М.: Юрайт, 2015. – 276 с.
9. *Алесов М. Б.* Синтез управления траекторным движением летательного аппарата методом обратной задачи / М. Б. Алесов, Г. К. Гладков // Аспирант и соискатель. – 2021. – №2. – С. 68-76.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Алесов Михаил Борисович

Ведущий инженер, канд. техн. наук, доцент
АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро»
195009, Россия, Санкт-Петербург, ул. Михайлова, д. 21
E-mail: mbalesov@spb.rpkb.ru

Бондаренко Филипп Антонович

Инженер
АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро»
195009, Россия, Санкт-Петербург, ул. Михайлова, д. 21
E-mail: fabondarenko@spb.rpkb.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Alesov Mikhail Borisovich

Lead engineer, PhD. Tech. Sciences, associate Professor
Ramenskoye Instrument-Building Design Bureau Corp
21, Mikhailova str., Saint-Petersburg, 195009, Russia
E-mail: mbalesov@spb.rpkb.ru

Bondarenko Filipp Antonovich

Engineer
Ramenskoye Instrument-Building Design Bureau Corp
21, Mikhailova str., Saint-Petersburg, 195009, Russia
E-mail: fabondarenko@spb.rpkb.ru