



## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛА СКОЛЬЖЕНИЯ ПО ИНВАРИАНТНЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ НАБЛЮДЕНИЯМ В АВИАЦИОННОМ РАДАРЕ ПРИ КВАЗИНЕПРЕРЫВНОМ ИЗЛУЧЕНИИ

**В. Н. Коврегин, Г. М. Коврегина**

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

*Предложен метод определения угла скольжения на основе специальной комбинации (наблюдения) измерений доплеровской частоты, традиционно выполняемых в авиационном радиолокаторе с квазинепрерывным излучением при определении скоростных параметров его фазового центра антенны.*

*Ключевые слова: авиационный радар, квазинепрерывное излучение, измерение радиальной скорости, дальности, угла скольжения, микронавигация РЛС.*

### **Для цитирования:**

*Коврегин, В. Н. Метод определения угла скольжения по инвариантным доплеровским наблюдениям в авиационном радаре при квазинепрерывном излучении / В. Н. Коврегин, Г. М. Коврегина // Системный анализ и логистика. – 2024. – № 5(43). – с. 67-76. DOI: 10.31799/2077-5687-2024-5-67-76.*

## METHOD OF DETERMINING THE SLIDING ANGLE FROM INVARIANT DOPPLER OBSERVATIONS IN AN AIRCRAFT RADAR WITH QUASI-CONTINUOUS RADIATION

**V. N. Kovregin, G. M. Kovregina**

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

*A method is proposed for determining the slip angle based on a special combination (observation) of Doppler frequency measurements, traditionally performed in an aircraft radar with quasi-continuous radiation when determining the speed parameters of its antenna phase center.*

*Keywords: aviation radar, quasi-continuous radiation, measurement of radial velocity, range, slip angle, phase center micromavigation.*

### **For citation:**

*Kovregin, V. N. Method of determining the sliding angle from invariant doppler observations in an aircraft radar with quasi-continuous radiation / V. N. Kovregin, G. M. Kovregina // System analysis and logistics. – 2024. – № 5(43). – p. 67-76. DOI: 10.31799/2077-5687-2024-5-67-76.*

### **Введение**

В настоящее время *актуальной проблемой* является повышение помехоустойчивости и точности современных специализированных микронавигационных (МН) систем авиационных многофункциональных радаров (РЛС) [1-3] в сложной сигнально-помеховой обстановке, обусловленной организованными радиопомехами спутниковым навигационным системам. Для решения этой проблемы ведутся работы, направленные на расширение функциональных возможностей РЛС в качестве датчика МН информации. В частности, разработаны методы измерения радиальной скорости фазового центра антенны (ФЦА) РЛС и дальности от ФЦА до земли при квазинепрерывном излучении (КНИ) с высокой/высокой средней частотой повторения коротких импульсов [1-3]. На основе таких измерений формируются оценки проекций траекторной скорости ФЦА, далее используемые при комплексной обработке инерциальной и радиолокационной МН информации на основе калмановской фильтрации [1-3]. Конечная *прагматическая цель* настоящей работы состоит в дальнейшем расширении МН информативности РЛС при КНИ за счет возможности непосредственного измерения угла скольжения (угла сноса). Для достижения этой цели возникает необходимость разработки соответствующего метода угловых определений, базирующегося на измерениях доплеровских частот в РЛС при КНИ, т. е. в режиме излучения, нетрадиционном для штатных доплеровских измерителей скорости и угла сноса (ДИСС) в составе навигационных комплексов носителя РЛС, обычно использующих непрерывное немодулированное/частотно-модулированное



излучение и узконаправленные антенны. Цель данной статьи – представление метода определения угла скольжения, основанного на формировании специального наблюдения из измерений доплеровских частот при КНИ, полученных для традиционного определения в РЛС проекций траекторной скорости ФЦА [4-5].

### Постановка и решение задачи

На рис.1 показаны: радиальная составляющая  $V_R$  траекторной скорости ФЦА  $V$  по направлению оси главного луча РЛС (ГЛ); наклонная дальность  $R$  от ФЦА до полосы поверхности (изодалей) в границах «следа» ГЛ по направлению его оси, отраженный сигнал от которой предположительно дает глобальный максимум амплитуды (ГМА) в спектре доплеровского сигнала; геометрическая высота  $H_G$  ФЦА, в данном случае полагаемая равной высоте ФЦА над облучаемой ГЛ поверхностью (плоская горизонтированная подстилающая поверхность);  $OENH$  – сопровождающий трехгранник навигационной (геодезической) системы координат (НСК) с началом в ФЦА;  $\varphi$  – угол между вектором траекторной скорости ФЦА и направлением оси ГЛ (направлением максимума) в диаграмме направленности РЛС (ДНА);  $\beta$  – угол наклона оси ГЛ, считающийся положительным при направлении оси вниз к земной поверхности (отрицательный угол места).

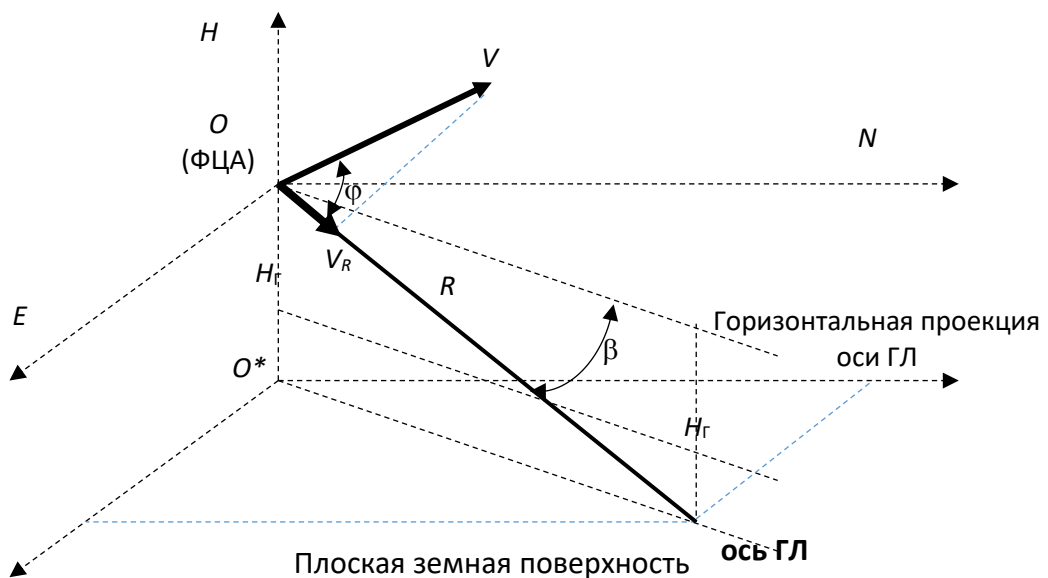


Рис.1. Позиционирование ФЦА, взаимная ориентация главного луча и вектора скорости ФЦА.

Заданы три азимутальных  $\alpha_0 = 0^0$ ,  $\alpha_1 = 45^0$ ,  $\alpha_2 = -45^0$  направления горизонтальной проекции оси ГЛ относительно горизонтальной проекции  $OX_T$  продольной оси  $OX$  связанной системы координат носителя/антенного полотна (СКК), т. е. в связанной горизонтированной системе координат (СГСК)  $OX_T Y_T Z_T$ . Азимутальный угол справа (по часовой стрелке) от направления  $OX_T$  считается положительным, слева – отрицательным.

Полагается, что при всех указанных азимутальных направлениях:

- ось ГЛ имеет одинаковый положительный угол  $\beta_{зад}$  наклона вниз (отрицательный угол места  $\theta$ ), заданный при управлении излучением; ориентация оси  $OX_T$  СГСК в навигационной (геодезической) системе координат (истинный курс  $\Psi$ ) за время излучения пачек импульсов по всем заданным направлениям ГЛ не изменяется ( $\Psi = const$ );



- вектор траекторной (полной) скорости  $V$  за время излучения всех пачек также считается постоянным ( $V=const$ ).

По всем трем направлениям ( $\alpha_0 = 0^0; \beta$ ), ( $\alpha_1 = 45^0; \beta$ ), ( $\alpha_2 = -45^0; \beta$ ) выполнены измерения соответствующих им доплеровских частот (ДЧ)  $F_{D0}, F_{D1}, F_{D2}$  и оценены радиальные скорости  $V_{R0}, V_{R1}, V_{R2}$  по соотношениям вида  $V_{Rk} = (\lambda_k F_{Dk})/2$ , где  $k = 0, 1, 2$  - номер направления ГЛ (номер пачки);  $\lambda_k$  – длина волны при излучении по  $k$ -му направлению, которая в рассматриваемом случае полагается постоянной для всех излучаемых пачек импульсов. Измерение ДЧ осуществляется на основе выявления ГМА в совокупности всех спектров сигнала, наблюдаемых после быстрого преобразования Фурье (БПФ) в дискретах неоднозначной задержки сигнала (НЗС)/дискретам дальности в рабочей («прозрачной») зоне периода повторения импульсов (ППИ). В общем случае, при указанных трех направлениях луча ГМА могут соответствовать разным дискретам НЗС, разным наклонным дальностям и, следовательно, разным углам наклона  $\beta_0 \neq \beta_1 \neq \beta_2$  по направлениям к тем полоскам поверхности («изодалям») в следе ГЛ (ПП), сигналы от которых обеспечили ГМА. Для этих направлений к ПП с разными углами наклона в пределах угломестной ширины ГЛ, определяемым по измеренным дальностям, далее рассчитываются радиальные составляющие траекторной скорости ФЦА.

Рассмотрим частный случай при  $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta$ .

Измеренная/оцененная радиальная скорость ФЦА  $V_R$  по направлению к земле с углом наклона  $\beta > 0$  и заданным азимутальным направлением  $\alpha_0 = 0^0$  выражается через значения вертикальной составляющей  $V_H$  траекторной скорости ФЦА  $V$  и ее горизонтальной проекции  $W > 0$  (путевой скорости) следующим образом:

$$V_{R0} = V_H \sin \beta + W \cos \beta \cos \alpha_{yc}, \quad (1)$$

где  $\alpha_{yc}$  – угол сноса (угол скольжения, путевой угол), считающийся положительным справа от оси  $OX_T$  (в направлении по часовой стрелке). Для других азимутальных направлений и при этом же угле наклона:

$$V_{R1} = V_H \sin \beta + W \cos \beta \cos (\alpha_{yc} + (\pi/4)); \quad (2)$$

$$V_{R2} = V_H \sin \beta + W \cos \beta \cos (\alpha_{yc} - (\pi/4)). \quad (3)$$

Вертикальная и путевая скорости в (1) - (3) априорно неизвестны. Угол наклона определяется по измеренной дальности до земли. Азимутальные углы  $\alpha_0 = 0^0, \alpha_1 = 45^0, \alpha_2 = -45^0$  – заданные значения. Требуется определить угол сноса  $\alpha_{yc}$ .

Комбинации разностей радиальных скоростей (РРС) имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta V_{R0/1} &= V_{R0} - V_{R1} = V_H \sin \beta + W \cos \beta \cos \alpha_{yc} - V_H \sin \beta - W \cos \beta \cos (\alpha_{yc} + (\pi/4)) = \\ &= W \cos \beta \left( \cos \alpha_{yc} - \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \\ &= W \cos \beta \left( -2 \sin \frac{\alpha_{yc} + \alpha_{yc} + (\pi/4)}{2} \sin \frac{\alpha_{yc} - \alpha_{yc} - (\pi/4)}{2} \right) = \\ &= W \cos \beta \left( -2 \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{-\pi}{8} \right) = W \cos \beta \left( 2 \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right); \quad (4) \\ \Delta V_{R0/2} &= V_{R0} - V_{R2} = V_H \sin \beta + W \cos \beta \cos \alpha_{yc} - V_H \sin \beta - W \cos \beta \cos (\alpha_{yc} - (\pi/4)) = \\ &= W \cos \beta \left( \cos \alpha_{yc} - \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right) \right) = W \cos \beta \left( -2 \sin \frac{\alpha_{yc} + \alpha_{yc} - (\pi/4)}{2} \sin \frac{\alpha_{yc} - \alpha_{yc} + (\pi/4)}{2} \right) = \end{aligned}$$



$$= W \cos \beta \left( -2 \sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right); \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_{R1/2} &= V_{R1} - V_{R2} = V_H \sin \beta + W \cos \beta \cos (\alpha_{yc} + (\pi/4)) - V_H \sin \beta - W \cos \beta \cos (\alpha_{yc} - (\pi/4)) = \\ &= W \cos \beta \left( \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right) \right) = \\ &= W \cos \beta \left( -2 \sin \frac{\alpha_{yc} + (\pi/4) + \alpha_{yc} - (\pi/4)}{2} \sin \frac{\alpha_{yc} + (\pi/4) - \alpha_{yc} + (\pi/4)}{2} \right) = W \cos \beta \left( -2 \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right); \quad (6) \end{aligned}$$

Из выражений (4) - (6) видно, что при равных углах наклона для ПП, соответствующих измерениям ДЧ/радиальным скоростям при трех заданных азимутальных направлениях оси ГЛ, указанные РРС инварианты относительно вертикальной составляющей траекторной скорости ФЦА, но в то же время зависят от путевой скорости ФЦА, значение которой априори неизвестно.

Рассмотрим величины в виде отношений разниц радиальных скоростей (ОРРС):

$$\frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R0/2}} = \frac{W \cos \beta \left( 2 \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right)}{W \cos \beta \left( -2 \sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right)} = \frac{\left( \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \right)}{\left( -\sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right) \right)}; \quad (7)$$

$$\frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R1/2}} = \frac{W \cos \beta \left( 2 \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right)}{W \cos \beta \left( -2 \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\left( \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right)}{\left( -\sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} \approx -0,54120129 \frac{\sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right)}{\sin \alpha_{yc}}; \quad (8)$$

$$\frac{\Delta V_{R0/2}}{\Delta V_{R1/2}} = \frac{W \cos \beta \left( -2 \sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right)}{W \cos \beta \left( -2 \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\left( \sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right) \sin \frac{\pi}{8} \right)}{\left( \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} \approx 0,54120129 \frac{\sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right)}{\sin \alpha_{yc}}. \quad (9)$$

Выражения (7) - (9) показывают, что ОРРС не зависят от вертикальной и от путевой скорости ФЦА (инвариантны относительно скорости ФЦА) и их значения зависят только от искомого угла сноса.

Выражения (7) - (9) для ОРРС также можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R0/2}} &= \frac{\left( \sin \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{8} \right) \right)}{\left( -\sin \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{8} \right) \right)} = - \frac{\left( \sin \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{8} + \cos \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{8} \right)}{\left( \sin \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{8} - \cos \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{8} \right)} = \\ &= - \frac{\left( \operatorname{tg} \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)}{\left( \operatorname{tg} \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \right)} = - \frac{\left( \cos \frac{\pi}{8} + \operatorname{ctg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{8} \right)}{\left( \cos \frac{\pi}{8} - \operatorname{ctg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{8} \right)} \approx \\ &\approx - \frac{\left( 0,9999765 \operatorname{tg} \alpha_{yc} + 0,0068538 \right)}{\left( 0,9999765 \operatorname{tg} \alpha_{yc} - 0,0068538 \right)} = - \frac{\left( 0,9999765 + 0,0068538 \operatorname{ctg} \alpha_{yc} \right)}{\left( 0,9999765 - 0,0068538 \operatorname{ctg} \alpha_{yc} \right)}; \quad (10) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R1/2}} &\approx -0,54120129 \frac{\sin\left(\alpha_{yc} + \frac{\pi}{8}\right)}{\sin\alpha_{yc}} = -0,54120129 \frac{\sin\alpha_{yc} \cos\frac{\pi}{8} + \cos\alpha_{yc} \sin\frac{\pi}{8}}{\sin\alpha_{yc}} = \\ &= -\frac{0,541188578 \operatorname{tg}\alpha_{yc} + 0,003709}{\operatorname{tg}\alpha_{yc}} = -0,541188578 - 0,003709 \operatorname{ctg}\alpha_{yc}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{R0/2}}{\Delta V_{R1/2}} &\approx 0,54120129 \frac{\sin\left(\alpha_{yc} - \frac{\pi}{8}\right)}{\sin\alpha_{yc}} = 0,54120129 \frac{\sin\alpha_{yc} \cos\frac{\pi}{8} - \cos\alpha_{yc} \sin\frac{\pi}{8}}{\sin\alpha_{yc}} = \\ &= \frac{0,541188578 \operatorname{tg}\alpha_{yc} - 0,003709}{\operatorname{tg}\alpha_{yc}} = 0,541188578 - 0,003709 \operatorname{ctg}\alpha_{yc}; \end{aligned} \quad (12)$$

Из соотношений (10) - (12) при измеренных радиальных скоростях, определенных по этим измерениям значениям РРС и ОРРС могут быть выражены тангенс и котангенс искомого угла сноса.

Из выражения (10) следует:

$$\operatorname{tg}\alpha_{yc} \approx 0,006853961 \left[ \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R0/2}} - 1 \right] \left[ \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R0/2}} + 1 \right]^{-1}; \quad (13)$$

$$\operatorname{ctg}\alpha_{yc} \approx -145,9 \left[ 1 + \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R0/2}} \right] \left[ 1 - \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R0/2}} \right]^{-1}. \quad (14)$$

Из выражения (11) следует:

$$\operatorname{tg}\alpha_{yc} \approx -0,003709 \left[ \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R1/2}} + 0,541188578 \right]^{-1}; \quad (15)$$

$$\operatorname{ctg}\alpha_{yc} \approx \frac{\frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R1/2}} + 0,541188578}{-0,003709} = - \left[ 269,61445 \frac{\Delta V_{R0/1}}{\Delta V_{R1/2}} + 145,91 \right]. \quad (16)$$

Из выражения (12) следует:

$$\operatorname{tg}\alpha_{yc} \approx -0,003709 \left[ \frac{\Delta V_{R0/2}}{\Delta V_{R1/2}} - 0,541188578 \right]^{-1}; \quad (17)$$

$$\operatorname{ctg}\alpha_{yc} \approx \frac{\frac{\Delta V_{R0/2}}{\Delta V_{R1/2}} - 0,541188578}{-0,003709} = -269,61445 \frac{\Delta V_{R0/2}}{\Delta V_{R1/2}} + 145,91. \quad (18)$$

Учитывая связь радиальной скорости и ДЧ в виде  $V_R = \lambda F_D/2$ , их выражения (13) –(18) соответственно получают следующие соотношения для определения угла сноса:

$$\alpha_{yc(01|02)} = \operatorname{arc\,tg} \left( 0,006853961 \left[ \frac{F_{D0} - F_{D1}}{F_{D0} - F_{D2}} - 1 \right] \left[ \frac{F_{D0} - F_{D1}}{F_{D0} - F_{D2}} + 1 \right]^{-1} \right) \quad (19)$$

$$\text{или } \alpha_{yc(01|02)} = \operatorname{arc\,ctg} \left( -145,9 \left[ 1 + \frac{F_{D0} - F_{D1}}{F_{D0} - F_{D2}} \right] \left[ 1 - \frac{F_{D0} - F_{D1}}{F_{D0} - F_{D2}} \right]^{-1} \right); \quad (20)$$



$$\alpha_{yc(01|12)} = \arctg \left( -0,003709 \left[ \frac{F_{D0} - F_{D1}}{F_{D1} - F_{D2}} + 0,541188578 \right]^{-1} \right) \quad (21)$$

$$\text{или } \alpha_{yc(01|12)} = \arctg \left( - \left[ 269,61445 \frac{F_{D0} - F_{D1}}{F_{D1} - F_{D2}} + 145,91 \right] \right); \quad (22)$$

$$\alpha_{yc(02|12)} = \arctg \left( -0,003709 \left[ \frac{F_{D0} - F_{D2}}{F_{D1} - F_{D2}} - 0,541188578 \right]^{-1} \right) \quad (23)$$

$$\text{или } \alpha_{yc(02|12)} = \arctg \left( -269,61445 \frac{F_{D0} - F_{D2}}{F_{D1} - F_{D2}} + 145,91 \right). \quad (24)$$

Рассматривая ситуацию с разными углами наклона  $\beta_0 \neq \beta_1 \neq \beta_2$ , отметим, что выражения (1) – (3) для радиальных скоростей приобретают вид:

$$V_{R0} = V_H \sin \beta_0 + W \cos \beta_0 \cos \alpha_{yc}; \quad (25)$$

$$V_{R1} = V_H \sin \beta_1 + W \cos \beta_1 \cos (\alpha_{yc} + (\pi/4)); \quad (26)$$

$$V_{R2} = V_H \sin \beta_2 + W \cos \beta_2 \cos (\alpha_{yc} - (\pi/4)). \quad (27)$$

Нормированные по синусу угла наклона величины радиальных скоростей

$$V^*_{R0} = \frac{V_{R0}}{\sin \beta_0} = V_H + W \frac{\cos \beta_0}{\sin \beta_0} \cos \alpha_{yc} = V_H + W \operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc}; \quad (28)$$

$$V^*_{R1} = \frac{V_{R1}}{\sin \beta_1} = V_H + W \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) = V_H + W \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right); \quad (29)$$

$$V^*_{R2} = \frac{V_{R2}}{\sin \beta_2} = V_H + W \frac{\cos \beta_2}{\sin \beta_2} \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right) = V_H + W \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (30)$$

Очевидно, что все комбинации разностей нормированных радиальных скоростей (28) – (30) дают величины, инвариантные к вертикальной составляющей скорости ФЦА и зависящие от путевой скорости:

$$\Delta V^*_{R0/1} = V^*_{R0} - V^*_{R1} = W \left[ \operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) \right]; \quad (31)$$

$$\Delta V^*_{R0/2} = V^*_{R0} - V^*_{R2} = W \left[ \operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right) \right]; \quad (32)$$

$$\Delta V^*_{R1/2} = V^*_{R1} - V^*_{R2} = W \left[ \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (33)$$

По аналогии с (7) – (9) отношения разностей нормированных радиальных скоростей будут независимы от путевой скорости ФЦА, а именно:

$$\frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R0/2}} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)}; \quad (34)$$



$$\frac{\Delta V_{R0/1}^*}{\Delta V_{R1/2}^*} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)}; \quad (35)$$

$$\frac{\Delta V_{R0/2}^*}{\Delta V_{R1/2}^*} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)}. \quad (36)$$

Учитывая, что

$$\cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4}; \quad \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4},$$

выражение (34) приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{R0/1}^*}{\Delta V_{R0/2}^*} &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_2 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \\ &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 - \operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \frac{\pi}{4} - \frac{\sin \alpha_{yc}}{\cos \alpha_{yc}} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_0 - \operatorname{ctg} \beta_2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + \frac{\sin \alpha_{yc}}{\cos \alpha_{yc}} \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 - \operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_0 - \operatorname{ctg} \beta_2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}. \quad (37) \end{aligned}$$

Аналогично, преобразуются выражения (35) и (36):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V_{R0/1}^*}{\Delta V_{R1/2}^*} &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)} = \\ &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \\ &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 - \operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_1 \left( \cos \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}; \quad (38) \\ \frac{\Delta V_{R0/2}^*}{\Delta V_{R1/2}^*} &= \frac{\operatorname{ctg} \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{ctg} \beta_1 \cos \left( \alpha_{yc} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \beta_2 \cos \left( \alpha_{yc} - \frac{\pi}{4} \right)} = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \text{ctg } \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \text{ctg } \beta_2 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right) \\
 = & \frac{\text{ctg } \beta_0 \cos \alpha_{yc} - \text{ctg } \beta_2 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\text{ctg } \beta_1 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_2 \left( \cos \alpha_{yc} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)} = \\
 & \frac{\text{ctg } \beta_0 - \text{ctg } \beta_2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + \text{tg } \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}{\text{ctg } \beta_1 \left( \cos \frac{\pi}{4} - \text{tg } \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + \text{tg } \alpha_{yc} \sin \frac{\pi}{4} \right)}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

Из соотношений (37) -(39) соответственно следуют выражения тангенса угла сноса:

$$\text{Из (37): } \text{tg } \alpha_{yc} = \frac{\frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R0/2}} \left( \text{ctg } \beta_0 - \text{ctg } \beta_2 \cos \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_0 + \text{ctg } \beta_1 \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R0/2}} \text{ctg } \beta_2 \sin \frac{\pi}{4} + \text{ctg } \beta_1 \sin \frac{\pi}{4}}; \quad (40)$$

$$\text{Из (38): } \text{tg } \alpha_{yc} = \frac{\frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R1/2}} \left( (\text{ctg } \beta_1 - \text{ctg } \beta_2) \cos \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_0 + \text{ctg } \beta_1 \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R1/2}} \sin \frac{\pi}{4} (\text{ctg } \beta_2 + \text{ctg } \beta_1) + \text{ctg } \beta_1 \sin \frac{\pi}{4}}; \quad (41)$$

$$\text{Из (39): } \text{tg } \alpha_{yc} = \frac{\frac{\Delta V^*_{R0/2}}{\Delta V^*_{R1/2}} \left( (\text{ctg } \beta_1 - \text{ctg } \beta_2) \cos \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_0 + \text{ctg } \beta_2 \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{\Delta V^*_{R0/2}}{\Delta V^*_{R1/2}} \sin \frac{\pi}{4} (\text{ctg } \beta_1 + \text{ctg } \beta_2) - \text{ctg } \beta_2 \sin \frac{\pi}{4}}. \quad (42)$$

Введем величины нормированной по синусу угла наклона доплеровской частоты:

$$F^*_{D0} = \frac{F_{D0}}{\sin \beta_0}; F^*_{D1} = \frac{F_{D1}}{\sin \beta_1}; F^*_{D2} = \frac{F_{D2}}{\sin \beta_2}. \quad (43)$$

Отношения разностей нормированных радиальных скоростей:

$$\frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R0/2}} = \frac{F^*_{D0} - F^*_{D1}}{F^*_{D0} - F^*_{D2}}, \frac{\Delta V^*_{R0/1}}{\Delta V^*_{R1/2}} = \frac{F^*_{D0} - F^*_{D1}}{F^*_{D1} - F^*_{D2}}, \frac{\Delta V^*_{R0/2}}{\Delta V^*_{R1/2}} = \frac{F^*_{D0} - F^*_{D2}}{F^*_{D1} - F^*_{D2}}. \quad (44)$$

Выражения для определения угла сноса, следующие из (40) - (42), имеют вид:

$$\alpha_{yc\beta(01/02)} = \text{arc tg} \left[ \frac{\frac{F^*_{D0} - F^*_{D1}}{F^*_{D0} - F^*_{D2}} \left( (\text{ctg } \beta_1 - \text{ctg } \beta_2) \cos \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_0 + \text{ctg } \beta_1 \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{F^*_{D0} - F^*_{D1}}{F^*_{D0} - F^*_{D2}} \sin \frac{\pi}{4} (\text{ctg } \beta_2 + \text{ctg } \beta_1) + \text{ctg } \beta_1 \sin \frac{\pi}{4}} \right]; \quad (45)$$

$$\alpha_{yc\beta(01/12)} = \text{arc tg} \left[ \frac{\frac{F^*_{D0} - F^*_{D1}}{F^*_{D1} - F^*_{D2}} \left( (\text{ctg } \beta_1 - \text{ctg } \beta_2) \cos \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_0 + \text{ctg } \beta_1 \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{F^*_{D0} - F^*_{D1}}{F^*_{D1} - F^*_{D2}} \sin \frac{\pi}{4} (\text{ctg } \beta_2 + \text{ctg } \beta_1) + \text{ctg } \beta_1 \sin \frac{\pi}{4}} \right]; \quad (46)$$



$$\alpha_{\text{yc}\beta(02/12)} = \arctg \left[ \frac{\frac{F^*_{D0} - F^*_{D2}}{F^*_{D1} - F^*_{D2}} \left( (\text{ctg } \beta_1 - \text{ctg } \beta_2) \cos \frac{\pi}{4} \right) - \text{ctg } \beta_0 + \text{ctg } \beta_2 \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{F^*_{D0} - F^*_{D2}}{F^*_{D1} - F^*_{D2}} \sin \frac{\pi}{4} (\text{ctg } \beta_1 + \text{ctg } \beta_2) - \text{ctg } \beta_2 \sin \frac{\pi}{4}} \right]. \quad (47)$$

### Заключение

На основе базовых измерений ДЧ при квазинепрерывном излучении РЛС, традиционно используемых в РЛС с КНИ для определения радиальных скоростей и траекторной скорости ФЦА, получены процедуры формирования инвариантных наблюдений ДЧ и обобщенных соотношений для определения угла скольжения. Моделирование и натурные эксперименты показали работоспособность предлагаемого метода.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chernodarov A. V., Patrikeev A. P., Kovregin V. N., Kovregina G. M. Using an inertial satellite navigation system for determination of motion parameters of the radar antenna phase center // 23rd Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2016 – Saint-Petersburg, 2016. – P. 315-323.
2. Черnodаров А. В. Инерциально-спутниковая система микронавигации для радиолокатора с синтезированной апертурой и доплеровским каналом измерения траекторной скорости / А. В. Черnodаров, В. Н. Коврегин, Г. М. Коврегина // Сборник материалов «XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам». – Санкт-Петербург, 2023 г. – С. 38-40.
3. Коврегин В. Н. Автономная коррекция микронавигационной системы авиационного радара при организованных радиопомехах спутниковой навигации / В. Н. Коврегин, Г. М. Коврегина // Системный анализ и логистика. – 2023. – № 4(38). – с. 54 – 63. DOI: 10.31799/2077-5687-2023-4-54-63.
4. Kovregin V. N., Kovregina G. M. Method of combined micronavigation measurements in a quasi-continuous radiation radar during a survey of airspace against the back-ground of the earth // 31th Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor. JSC. – Saint-Petersburg, 2024. – p. 223-226.
5. Коврегин В. Н. Адаптивно-робастные методы сопутствующих микронавигационных измерений по мешающим отражениям при поиске/ наблюдении/ сопровождении низколетящей цели / В. Н. Коврегин, Г. М. Коврегина // Радиотехника. – 2024. – Т. 88 №1. – с. 91-104 DOI: <https://doi.org/10.18127/j00338486-202408-09>.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

#### Коврегин Валерий Николаевич

доцент, кандидат технических наук, старший научный сотрудник  
 Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения  
 Россия, 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д.67, лит. А  
 E-mail: kovregin@mail.ru

#### Коврегина Галина Михайловна

доцент, кандидат технических наук  
 Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения  
 Россия, 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д.67, лит. А  
 E-mail: g\_kovregina@mail.ru



## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

### **Kovregin Valery Nikolaevich**

Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher  
Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation  
67, Bolshaya Morskaia str., Saint-Petersburg, 190000, Russia  
E-mail: kovregin@mail.ru

### **Kovregina Galina Mikhailovna**

Associate Professor, Candidate of Technical Sciences  
Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation  
67, Bolshaya Morskaia str., Saint-Petersburg, 190000, Russia  
E-mail: g\_kovregina@mail.ru